COLÉGIO DE APLICAÇÃO DOM HÉLDER CÂMARA
AVALIAÇÃO: EXERCÍCIO COMPLEMENTAR II
DISCIPLINA: MATEMATICA
PROFESSOR (A: ____ DATA: ____/____/____
ALUNO(A): ____ SÉRIE: 3º ANO

ENTREGA: _____ / ______ /_________

ORIENTAÇÕES IMPORTANTES !

- ***Leia a atividade avaliativa atentamente.***
- ***Responda com caneta azul ou preta não deixe nada a lápis.***
- ***Não pode haver rasura e uso de corretivo.***
- ***As respostas têm que estar no local próprio e à caneta, para que sejam consideradas.***

LISTA I – FUNÇÃO EXPONENCIAL

1) (Livro: Matemática - Ciência e Aplicações) Uma imobiliária acredita que o valor ***v*** de um imóvel no litoral varia segundo a lei $v(t) = 60000(0{,}9)^t$, em que ***t*** é o número de anos contados a partir de hoje.

a) Qual é o valor atual desse imóvel?

b) Qual é a desvalorização percentual anual desse imóvel?

c) Quanto valerá esse imóvel daqui a 2 anos?

2) O seu humano possui, em média, um cabelo para cada milímetro quadrado da superfície de sua cabeça. Isto representa cerca de 10^4 cabelos por pessoa. Em 1997 a população humana na Terra, era cerca de $6 \,.\, 10^9$ pessoas. Suponha que, além da Terra, existam no universo muitos outros planetas, povoados por seres vivos (com igual densidade média de cabelos por habitante) e cada um com população equivalente à nossa. Se alguém precisar de $1\ mol$ ($1\ mol \cong 6 \,.\, 10^{23}$) de cabelos originários das populações acima mencionadas poderá consegui-lo:

(A) apenas em nosso planeta
(B) em 10 planetas.
(C) em cerca de 10^3 planetas
(D) em cerca de 10^{10} planetas
(E) em, no mínimo 10^8 planetas

3) (UNIFICADO) Segundo dados de uma pesquisa, a população de certa região do país vem decrescendo em relação ao tempo "**t**", contado em anos, aproximadamente, segundo a relação $P(t) = P(0) \cdot 2^{-0{,}25t}$; Sendo P(0) uma constante que representa a população inicial dessa região e P(t) a população "**t**" anos após, determine quantos anos se passarão para que essa população fique reduzida à quarta parte da que era inicialmente.

a) 6
b) 8
c) 10
d) 12
e) 15

4)(ENEM) Uma população de bactérias começa com 100 e dobra a cada três horas. Assim, o número n de bactérias após t horas é dado pela função

$$n(t) = 100 \, . \, 2^{\frac{t}{3}}$$

Nessas condições, pode-se afirmar que a população será de 51.200 bactérias depois de:
a) 1 dia e 3 horas.
b) 1 dia e 9 horas.
c) 1 dia e 14 horas.
d) 1 dia e 19 horas.

5) Suponha que o crescimento de uma cultura de bactérias obedece à lei $N(t) = m \, . \, 2^{\frac{t}{2}}$, na qual N representa o número de bactérias no momento t, medido em horas. Se, no momento inicial, essa cultura tinha 200 bactérias, ao fim de 8 horas o número delas era

a) 3 600 b) 3 200 c) 3 000 d) 2 700 e) 1 800

6)Certa substância radioativa desintegra-se de modo que, decorrido o tempo t, em anos, a quantidade ainda não desintegrada da substância é $\mathbf{S = S_0 \, . \, 2^{-0,25t}}$, em que S_0 representa a quantidade de substância que havia no início. Qual é o valor de t para que a metade da quantidade inicial desintegre-se?

7) (UNI-RIO) Numa população de bactérias, há $P(t) = 10^9 \cdot 4^{3t}$ bactérias no instante t medido em horas (ou fração da hora). Sabendo-se que inicialmente existem 10^9 bactérias, quantos minutos são necessários para que se tenha o dobro da população inicial?

a) 20
b) 12
c) 30
d) 15
e) 10

8) (FIC / FACEM) A produção de uma indústria vem diminuindo ano a ano. Num certo ano, ela produziu mil unidades de seu principal produto. A partir daí, a produção anual passou a seguir a lei $y = 1000. (0,9)^x$. Sendo x o tempo em anos, o número de unidades produzidas no segundo ano desse período recessivo foi de:

a) 900
b) 1000
c) 180
d) 810
e) 90

9) (FAAP SP) Determine o valor de x que satisfaça a equação $\sqrt[5]{5^{3-x}} = \frac{1}{25}$.

10) (ENEM)Sabe-se que as equações são expressões matemáticas que definem uma relação de igualdade. Dessa forma, dadas as funções $f(x) = 1/(9^{x+1})$ e $h(x) = 3^{x+1}$, para que seus gráficos tenham um ponto em comum, deve existir um valor de x, de modo que as imagensdesse valor, pelas duas funções, coincidam. Isso ocorre no ponto:

a) (1, –1) b) (–1, 1) c) (3, 81) d) (1/3, 4/3) e) (1/3, 3 $\sqrt[3]{3}$)

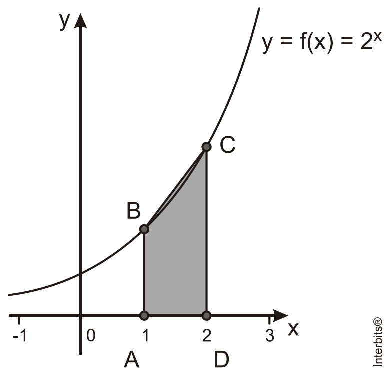
11) (ENEM) Uma pizza a 185°C foi retirada de um forno quente. Entretanto, somente quando a temperatura atingir 65oC será possível segurar um de seus pedaços com as mãos nuas, sem se queimar. Suponha que a temperatura T da pizza, em graus Celsius, possa ser descrita em função do tempo t, em minutos, pela expressão $T = 160\ (2^{-0,8t}) + 25$. Qual o tempo (em minutos) necessário para que se possa segurar um pedaço dessa pizza com as mãos nuas, sem se queimar?

a) 0,25 b) 0,68 c) 2,5 d) 6,63 e) 10,0

12) (Espcex (Aman)) Na pesquisa e desenvolvimento de uma nova linha de defensivos agrícolas, constatou-se que a ação do produto sobre a população de insetos em uma lavoura pode ser descrita pela expressão $N(t)=N_0 \cdot 2^{kt}$, sendo N_0 a população no início do tratamento, N(t), a população após t dias de tratamento e k uma constante, que descreve a eficácia do produto. Dados de campo mostraram que, após dez dias de aplicação, a população havia sido reduzida à quarta parte da população inicial. Com estes dados, podemos afirmar que o valor da constante de eficácia deste produto é igual a

a) 5^{-1} b) -5^{-1} c) 10 d) 10^{-1} e) -10^{-1}

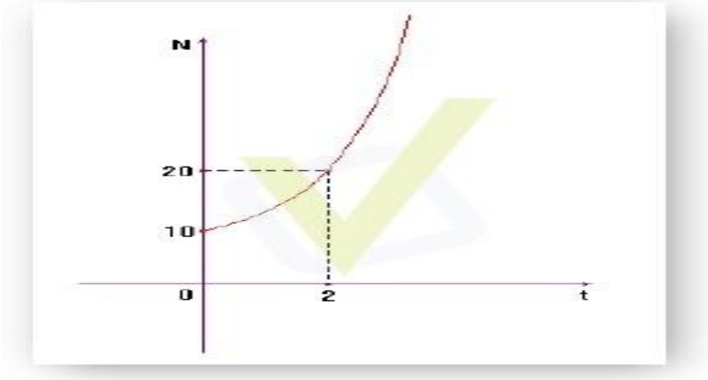
13) (ENEM)Seja uma função definida por $f(x) = 2^x$. Na figura abaixo representado, no plano cartesiano, o gráfico de *f* e um trapézio *ABCD*, retângulo nos vértices *A* e *D* e cujos vértices *B* e *C* estão sobre o gráfico de *f*.



A medida da área do trapézio *ABCD* é igual a:

a) 2 b) $\frac{8}{3}$ c) 3 d) 4 e) 6

14) (ENEM) A pedido do seu orientador, um bolsista de um laboratório de biologia construiu o gráfico a seguir a partir dos dados obtidos no monitoramento do crescimento de uma cultura de micro-organismos. Analisando o gráfico, o bolsista informou que a cultura crescia segundo o modelo matemático, $N = K \cdot 2^{at}$,com t em horas e N em milhares de micro-organismos. Para constatar que o modelo matemático apresentado pelo bolsista estava correto, o orientador coletou novos dados com t = 4 horas e t = 8 horas. Para que o modelo construído pelo bolsista esteja correto, nesse período, o orientador deve ter obtido um aumento na quantidade de microorganismos de:

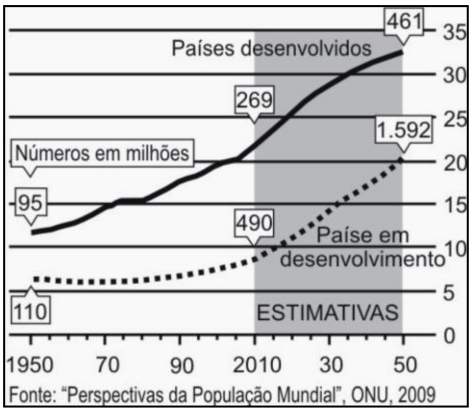


a) 80. 000. b) 160.000. c) 40.000. d) 120.000. e) 40.000

15) (ENEM)Dentre outros objetos de pesquisa, a Alometria estuda a relação entre medidas de diferentes partes do corpo humano. Por exemplo, segundo a Alometria, a área A da superfície corporal de uma pessoa relaciona-se com a massa m pela fórmula $A = k \cdot m^{2/3}$, em que k é uma constante positiva. Se no período que vai da infância até a maioridade de um indivíduo sua massa é multiplicada por 8, por quanto será multiplicada a área da superfície corporal?

A) $\sqrt[3]{16}$
B) 4
C) $\sqrt{24}$
D) 8
E) 64

16) (ENEM)A população mundial está ficando mais velha, os índices de natalidade diminuíram e a expectativa de vida aumentou. No gráfico seguinte, são apresentados dados obtidos por pesquisa realizada pela Organização das Nações Unidas (ONU), a respeito da quantidade de pessoas com 60 anos ou mais em todo o mundo. Os números da coluna da direita representam as faixas percentuais. Por exemplo, em 1950 havia 95 milhões de pessoas com 60 anos ou mais nos países desenvolvidos, número entre 10% e 15% da população total nos países desenvolvidos.



Suponha que o modelo exponencial $\boldsymbol{y = 363.e^{0,03x}}$, em que $x = 0$ corresponde ao ano 2000, $x = 1$ corresponde ao ano 2001, e assim sucessivamente, e que ***y*** é a população em milhões de habitantes no ano ***x***, seja usado para estimar essa população com 60 anos ou mais de idade nos países em desenvolvimento entre 2010 e 2050. Desse modo, considerando $\boldsymbol{e^{0,3} = 1,35}$, estima-se que a população com 60 anos ou mais estará, em 2030, entre:

A) 490 e 510 milhões. B) 550 e 620 milhões.
C) 780 e 800 milhões. D) 810 e 860 milhões.
E) 870 e 910 milhões.

18) (UERJ) Um imóvel perde 36% do valor de venda a cada dois anos. O valor V(*t*) desse imóvel em ***t*** anos pode ser obtido por meio da fórmula a seguir, na qual V_0 corresponde ao seu valor atual.

$$\boxed{V(t) = V_0 \times (0{,}64)^{\frac{t}{2}}}$$

Admitindo que o valor de venda atual do imóvel seja igual a 50 mil reais, calcule seu valor de venda daqui a três anos.

19)(UERJ) Leia a tirinha.

Suponha que existam exatamente 700 milhões de analfabetos no mundo e que esse número seja reduzido, a uma taxa constante, em 10% ao ano, totalizando **n** milhões daqui a três anos. Calcule o valor de **n**.

20)(UERJ) A população de peixes em um lago está diminuindo devido à contaminação da água por resíduos industriais. A lei $n(t) = 5000 - 10.2^{t-1}$ fornece uma estimativa do número de espécies vivas $n(t)$ em função do número de anos ***(t)*** transcorridos após a instalação do parque industrial na região.

a) Estime a quantidade de peixes que viviam no lago no ano da instalação do parque industrial.
b)Algum tempo após as indústrias começarem a operar, constatou-se que havia no lago menos de 4 920 peixes. Para que valores de ***t*** vale essa condição?

21)(UERJ)Na compra de um fogão, os clientes podem optar por uma das seguintes formas de pagamento:

• à vista, no valor de R$ 860,00;

• em duas parcelas fixas de R$ 460,00, sendo a primeira paga no ato da compra e a segunda 30 dias depois.

A taxa de juros mensal para pagamentos não efetuados no ato da compra é de:

(A) 10% (B) 12% **(C)** 15% (D) 18%

22) (UERJ)

O personagem da tira diz que, quando ameaçado, o comprimento de seu peixe aumenta 50 vezes, ou seja, 5000%. Admita que, após uma ameaça, o comprimento desse peixe atinge 1,53 metros. O comprimento original do peixe, em centímetros, corresponde a:

(A) 2,50 (B) 2,75 **(C)** 3,00 (D) 3,25

LISTA II - FUNÇÃO LOGARITMICA

1) Aplicando a definição, calcule o valor dos logaritmos:

a) $log_{\sqrt{8}} 4$ b) $log_{25} 0{,}2$ c) $log_2 \sqrt[3]{64}$ d) $log_3 81$ e) $log_4 2\sqrt{2}$ f) $log_{625} \sqrt{5}$

2) Dê o valor de: a) $log_4 4$ b) $log_5 1$ c) $log_6 6^2$

3) Sendo $log\, 2 = 0{,}3$, $log\, 3 = 0{,}4$ e $log\, 5 = 0{,}7$, calcule $log\, 600$ e $log\, 180$

4) (PUC) Se $log_a x = n$ e $log_a y = 6n$, então $log_a \sqrt[3]{x^2 y}$ é igual a:

(A) $8n/3$ (B) $4n/3$ (C) $2n/3$ (D) $6n/2$ (E) $n/3$

5) (UERJ) As indicações R_1 e R_2 na $Escala\ Richter$, de dois terremotos estão relacionadas pela fórmula $R_1 - R_2 = \log_{10}\left(\frac{M_1}{M_2}\right)$ onde M_1 e M_2 medem a energia liberada pelos terremotos sob a forma de ondas que se propagam pela crosta terrestre. Houve dois terremotos: um correspondente a $R_1 = 8$ e outro correspondente a $R_2 = 6$.A razão $\frac{M_1}{M_2}$ é:

(A) 2 (B) $log_2 10$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) 10^2 (E) $log_{10}\left(\frac{4}{3}\right)$

6) (PUC) Se $log\, 5 = x$ e $log\, 3 = y$, então $\log 375$ é:

7) (UFF) No dia 6 de junho de 2000, um terremoto atingiu a cidade de $Ankara$, na $Turquia$, com registro 5,9 na $Escala\ Richter$ e outro terremoto atingiu o oeste do $Japão$, com registro de 5,8.Considere que m_1 e m_2 medem a energia liberada sob a forma de ondas que se propagam pela crosta terrestre por terremotos com registros, na escala, r_1 e r_2 respectivamente.
Sabe-se que estes valores estão relacionados pela fórmula:

$$r_1 - r_2 = log_{10}\left(\frac{m_1}{m_2}\right)$$

Considerando-se que r_1 seja o registro do terremoto na $Turquia$ e r_2 o registro do terremoto no $Japão$, pode-se afirmar que $\frac{m_1}{m_2}$ é igual a:

(A) 10^{-1}
(B) $10^{0,1}$
(C) $(0{,}1)^{10}$
(D) $10/0{,}1$
(E) $0{,}1/10$

8) (UENF) Um grupo de 20 ovelhas é libertado para reprodução numa área de preservação ambiental. Submetidas a um tratamento especial, o número N de ovelhas existentes após t anos pode ser estimado pela seguinte fórmula:

$$N = \frac{220}{1+10(0{,}81)^t}$$

Admita que a população de ovelhas seja capaz de se manter estável, sem esse tratamento especial, depois de atingido o número de 88 ovelhas.

a) Calcule o número de ovelhas existentes após seis meses.
b) Considerando $ln\,2 = 0{,}7$, $ln\,3 = 1{,}1$ e $ln\,3 = 1{,}6$, calcule em quantos anos não haverá mais a necessidade de tratamento especial ao rebanho.

9) (UFSCAR) Um paciente de um hospital está recebendo soro por via intravenosa. O equipamento foi regulado para gotejar x gotas a cada 30 segundos. Sabendo-se que este número x é solução da equação $log_4\, x = log_2\, 3$, e que cada gota tem volume de $0{,}3\; ml$, pode-se afirmar que o volume de soro que este paciente recebe em uma hora é de :

(A) $800\; ml$
(B) $750\; ml$
(C) $724\; ml$
(D) $500\; ml$
(E) $324\; ml$

10) (UFRJ) Os números a, b e c são tais que seus logaritmos decimais $log\, a$, $log\, b$, $log\, c$, nesta ordem estão em $P.A$. Sabendo-se que $log\, b = 2$, determine o produto $a.b.c$.

11) (UFF) As indicações R_1 e R_2, na $Escala\ Richter$, de dois terremotos estão relacionadas pela fórmula $R_1 - R_2 = log\, N$, em que N mede a razão entre as energias liberadas pelos dois terrenos, sob a forma de ondas que se propagam pela costa terrestre. Supondo que houve um terremoto correspondente a $R_1 = 8$ e outro correspondente a $R_2 = 5$, então N é igual a:

(A) $log\, 8/5$ (B) $8/5$ (C) $log\, 10$ (D) 3 (E) 10

12) (UERJ) O número, em centenas de indivíduos, de um determinado grupo de animais, x dias após a liberação de um predador no seu ambiente, é expresso pela seguinte função:

$$f(x) = log\, 5\sqrt[3]{5}\,(x^4)$$

Após cinco dias da liberação do predador, o número de indivíduos desse grupo presente no ambiente será igual a:
a) 3 b)4 c)300 d) 400

13)(UERJ) Admita que, em um determinado lago, a cada 40 cm de profundidade, a intensidade de luz é reduzida em 20%, de acordo com a equação $I = I_0 . 0{,}8^{\frac{h}{40}}$ na qual **I** é a intensidade da luz em uma profundidade h, em centímetros, e Io é a intensidade na superfície. Um nadador verificou, ao mergulhar nesse lago, que a intensidade da luz, em um ponto P, é de 32% daquela observada na superfície. A profundidade do ponto P, em metros, considerando **log2 = 0,3**, equivale a:

(A) 0,64 (B) 1,8 **(C)** 2,0 (D) 3,2

14) (ENEM)A Escala de Magnitude de Momento (abreviada como MMS e denotada como M_w) introduzida em 1979 por Thomas Haks e Hiro Kanamori, substituiu a escala de Richter para medir a magnitude dos terremotos em termos de energia liberada. Menos conhecida pelo público, a MMS é, no entanto, a escala usada para estimar as magnitudes de todos os grandes terremotos da atualidade. Assim como a escala Richter, a MMS é uma escala logarítmica. M_w e M_0 se relacionam pela fórmula:

$$M_W = -10{,}7 + \frac{2}{3}\log_{10}(M_0)$$

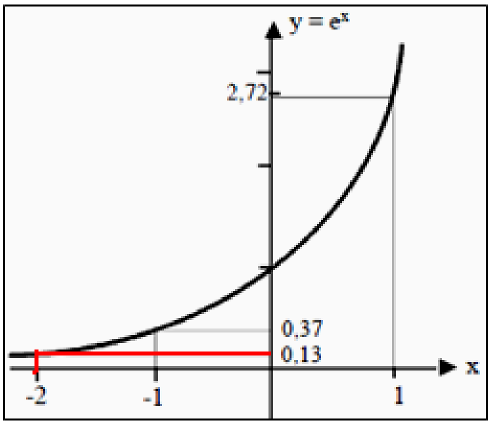
Onde M_0 é o momento sísmico (usualmente estimado a partir dos registros de movimento da superfície, através dos sismogramas), cuja unidade é o dina·cm.
O terremoto de Kobe, acontecido no dia 17 de janeiro de 1995, foi um dos terremotos que causaram maior impacto no Japão e na comunidade internacional. Teve magnitude $M_w = 7{,}3$.

U.S. GEOLOGICAL SURVEY, Historic Earthquakes. Disponível em: http://earthquake.usgs.gov. U.S. GEOLOGICAL SURVEY. USGS Earthquake Magnitude Policy. Disponível em: http://earthquake.usgs.gov. Acesso em: 1 maio 2010 (adaptado).

Mostrando que é possível determinar a medida por meio de conhecimentos matemáticos, qual foi o momento sísmico M_0 do terremoto de Kobe (em dina.cm)?
(A) $10^{-5,10}$
(B) $10^{-0,73}$
(C) $10^{12,00}$
(D) $10^{21,65}$
(E) $10^{27,00}$

15)(UERJ) Uma empresa acompanha a produção diária de um funcionário recém-admitido, utilizando uma função f(d), cujo valor corresponde ao número mínimo de peças que a empresa espera que ele produza em cada dia (d), a partir da data de sua admissão. Considere o gráfico auxiliar abaixo, que representa a função **y = e^x^**.
Utilizando **$f(d) = 100\text{-}100.e^{-0,2d}$** e o gráfico acima, a empresa pode prever que o funcionário alcançará aprodução de 87 peças num mesmo dia, quando **d** for igual a:

(A) 5 **(B)** 10 (C) 15 (D) 20



16)(UERJ) Considere-se que uma população inicial cresce **3%** ao ano, observados os dados **log3 = 0,477** e **log103 = 2,013** o número aproximado de anos que ela triplicará é:

a) 37 b) 47 c) 57 d) 67

17)(UERJ) A acidez de frutas cítricas é determinada pela concentração de íons hidrogênio. Uma amostra de polpa de laranja apresenta $pH = 2{,}3$. Considerando $\log 2 = 0{,}3$, a concentração de íons hidrogênio nessa amostra, em **mol.L^{-1}**, equivale a:

a) 0,001 b) 0,003 c) 0,005 d) 0,007

18)(UERJ) Um lago usado para abastecer uma cidade foi contaminado após um acidente industrial, atingindo o nível de toxidez T_0, correspondente a dez vezes o nível inicial. Leia as informações a seguir.

- A vazão do lago permite que 50% de seu volume sejam renovados a cada dez dias.
- O nível de toxidez T(x), após x dias do acidente, pode ser calculado pela equação:

$$\boxed{T(x) = T_0 \cdot (0{,}5)^{0,1x}}$$

Considere D o menor número de dias de suspensão do abastecimento de água, necessário para que a toxidez retorne ao nível inicial. Sendo **log 2 = 0,3**, o valor de D é igual a:

a) 30 b) 32 c) 34 d) 36

19)(UERJ) Para melhor estudar o Sol, os astrônomos utilizam filtros de luz em seus instrumentos de observação.

Admita um filtro que deixe passar 4/5 da intensidade da luz que nele incide. Para reduzir essa intensidade a menos de 10% da original, foi necessário utilizar *n* filtros.

Considerando log 2 = 0,301, o menor valor de *n* é igual a:

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

20)(ENEM) Em setembro de 1987, Goiânia foi palco do maior acidente radioativo ocorrido no Brasil, quando uma amostra de césio-137, removida de um aparelho de radioterapia abandonado, foi manipulada inadvertidamente por parte da população. A meia-vida de um material radioativo é o tempo necessário para que a massa desse material se reduza à metade. A meia-vida do césio-137 é 30 anos e a quantidade restante de massa de um material radioativo, após t anos, é calculada pela expressão $M(t) = A \cdot (2{,}7)^{kt}$, onde A é a massa inicial e k é uma constante negativa.

Considere 0,3 como aproximação para log10 2.

Qual o tempo necessário, em anos, para que uma quantidade de massa do césio-137 se reduza a 10% da quantidade inicial?

A) 27 B) 36 C) 50 D) 54 E) 100

21)(UERJ) Admita que a ordem de grandeza de uma medida ***x*** é uma potência de base 10, com expoente ***n*** inteiro, para $10^{n-\frac{1}{2}} \leq x < 10^{n+\frac{1}{2}}$. Considere que um terremoto tenha liberado uma energia E, em joules, cujo valor numérico é tal que $\log_{10} E = 15{,}3$. A ordem de grandeza de E, em joules, equivale a:

a) 10^{14} **b)** 10^{15} c) 10^{16} d) 10^{17}

LISTA III – ESTATÍTISCA [PARTE I]

- **Média Aritmética Simples:**

A média aritmética é definida como sendo a soma de todos os elementos dividida pela quantidade de elementos:

$$M_A = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_N}{n}$$

Exemplo: Um aluno teve as seguintes médias em matemática nos quatro bimestres do ano: 8,0; 5,5; 4,5 e 10,0. Qual a média deste aluno?

- **Média Aritmética Ponderada:**

É definida como sendo a soma dos produtos de cada valor pelo seu peso, dividida pela soma dos pesos.

$$M_A = \frac{X_1P_1 + X_2P_2 + X_3P_3 + \cdots + X_nP_n}{P_1 + P_2 + P_3 + \cdots + P_n}$$

Exemplo: No 8º ano do ensino fundamental de uma escola, a disciplina de matemática é dividida em álgebra, geometria e desenho. Sabendo que os pesos dessas disciplinas na composição da nota de matemática são 5, 3 e 2, respectivamente, e que as notas obtidas na última prova foram 2,0, 6,0 e 9,0, nessa ordem, determine a média M que o aluno obteve em matemática nessa avaliação.

Exemplo: Considere o quadro de salários da tabela abaixo, pertencente a uma empresa que tem 31 funcionários. Determine o salário médio S_M pago por esta empresa

Salário (R$)	Funcionários
500	10
1.000	5
1.500	1
2.000	10
5.000	4
10.500	1
Total:	31

- **Média Geométrica:**

É definida como sendo raiz com índice *n* do produto entre os referidos números:

$$M_G = \sqrt[N]{X_1 . X_2 . X_3 . \ldots . X_N}$$

Exemplo: De fevereiro para março de 2014, a loja A aumentou seus preços em 70%. De março para abril, houve um novo aumento dos preços, dessa vez de 20%. Sendo assim, um produto que custava 100,00 em fevereiro, passou a custar 100,00 · 1,7 = 170,00 em março, e 170 · 1,2 = 204,00 em abril. Imagine que o dono da loja resolva substituir os dois aumentos 70% e 20% por dois aumentos iguais de *x*%, de modo que o resultado final seja o mesmo, isto é, de modo que, após os dois aumentos de *x*%, o produto que custava 100,00 passe a custar 204,00. Qual deve ser o valor de x nesse caso ou, em outras palavras, qual foi o aumento percentual médio neste bimestre?

Exemplo: Em 2003 , constatou-se que a população de marlim-azul foi reduzida a 20% da existente há cinquenta anos (em 1953).Considerando que foi constante a razão anual (razão entre a população de um ano e a do ano anterior) com que essa população decresceu durante esse período, conclui-se que a população de marlim-azul, ao final dos primeiros vinte e cinco anos (em 1978), ficou reduzida a aproximadamente:

(A) 10% da população existente em 1953. (B) 20% da população existente em 1953.
(C) 30% da população existente em 1953. (D) 45% da população existente em 1953.
(E) 65% da população existente em 1953.

- **Média Harmônica:**

É definida como sendo a divisão entre a quantidade *N* de números e a soma dos inversos dos referidos números. Em outras palavras, a Média Harmônica é o inverso da média aritmética.

$$M_H = \frac{n}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} + \cdots + \frac{1}{X_n}}$$

Exemplo: João foi à padaria com certa quantidade de dinheiro analisando os preços do queijo e do presunto, viu que com seu dinheiro poderia comprar exatamente 600g de queijo, ou então 400g de presunto. Entretanto, João gostaria de levar quantidades iguais dos dois frios, ou seja, gostaria de levar ***x*** gramas de queijo e ***x*** gramas de presunto. Determine o valor de x.

Exemplo: Na física, há um problema de velocidade média, respondê-lo envolve o conceito de média harmônica. Carlos fez uma viagem de carro do Rio de Janeiro até São Paulo. Sabe-se que a distancia entre as duas cidades é de 400 km. Suponha que a Velocidade média do veiculo tenha sido de 80 km/h na 1ª metade do trajeto, e de 120 km/h na 2ª metade. Qual a velocidade média do veiculo no trajeto como

- **Média Quadrática:**

É conhecida como sendo a raiz quadrada da média aritmética entre os quadrados destes números, ou seja,

$$M_Q = \sqrt{\frac{X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + \cdots + X_n^2}{n}}$$

Dentro do Ensino Médio, a aplicação mais interessante da média quadrática é no calculo do chamado **desvio-padrão.**

Aprofundando: Desigualdade das Médias

Foram calculadas as médias aritméticas, geométricas, harmônica e quadrática primeiramente entre os números 4 e 9, e em seguida entre os números 5, 8 e 25. A tabela abaixo mostra os resultados obtidos. A média ponderada ficou de fora porque seu calculo depende dos seus pesos que variam de acordo com a situação.

Média	4 e 9	5,8 e 25
Quadrática	6,96	15,43
Aritmética	6,5	12,7
Geométrica	6	10
Harmônica	5,54	8,22

Em ambos os casos, observamos que existe uma ordenação clara entre os resultados. Parece que a média quadrática supera a aritmética, que por sua vez supera a geométrica, que por sua vez supera a harmônica. Na verdade, trata-se de um resultado bastante conhecido e utilizado na matemática, a chamada **Desigualdade das médias**:

Teorema: *Se* $X_1.X_2.X_{3,} \dots, X_n$ *são números positivos, então* $M_Q \geq M_A \geq M_G \geq M_H$

- **Mediana:**

A média aritmética de uma serie de dados (pense nas notas de todos os alunos de sua sala na ultima prova de matemática, por exemplo) tem a função de, através de uma única informação, fornecer alguma idéia sobre o comportamento dos dados como um todo. Se um dos seus professores anuncia que a media da turma foi 9,0 , por exemplo, essa informação sozinha já é suficiente para provocar entre os alunos a sensação de que o desempenho geral foi muito bom,ainda que eventualmente um ou outro aluno não tenha ido muito bem. Entretanto, nem sempre a media aritmética é confiável nesse sentido. Se um dos valores da serie de dados é muito discrepante dos demais, a média aritmética "arrastada" para perto desse valor, ou seja, a media aritmética sofre de certa volatilidade. Veja:

Exemplo: Se em uma empresa com 10 funcionários os salários são dados, em reais por 1.000, 1.500, 2.000, 2.500, 3.000, 3.500, 4.000, 4.500, 5.000 e 473.000, então o salário médio é $\frac{500.000}{5} = 50.000$ reais. Repare que esse dado de forma alguma reflete a realidade dos funcionários, já que 50.000 é um salário dez ou mais vezes maior que 90% dos salários d empresa. Assim faz-se necessária uma media de tendência central que não seja influenciável pela presença de valores discrepantes na serie de dados.

- **Moda:**

A moda ou valor modal de uma serie de dados é definida como sendo o valor que mais se repete, ou seja, é o valor mais freqüente da série

Exemplos:

I. Se as idades dos alunos de uma mesma turma são (14, 15, 15, 16, 14, 15, 14, 15, 16, 14, 15, 15, 14, 16), a idade modal é 15 anos, já que são seis alunos com essa idade contra cinco alunos com 14 anos e três alunos com 16 anos.
II. A série (1.000, 1.500, 2.000, 2.500, 3.000, 3.500, 4.000, 4.500, 5.000, 473.000) é chamada de amodal, ou seja, sem moda, já que não há um valor que se repete mais que os outros.
III. A série (2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 7, 7, 11, 13) é chamada bimodal, porque possui dois valores empatados com a maior freqüência (as modas nesse caso, são 2 e 3, que aparecem quatro vezes).

Exercícios Contextualizados:

1)(ENEM) A média da idades dos cinco jogadores de um time de basquete é 23,20 anos. Se o pivô dessa equipe; que possui 27 anos for substituído por um jogador de 20 anos e os demais forem mantidos, então a media de idade dessa equipe, em anos, passará a ser:

a)20,6 b) 21,2 c)21,8 d)22,4 e)23,0

2)(ENEM) Um feirante possuía 50 Kg de maçã para vender em uma manhã. Começou a vender as frutas por R$ 2,50 o quilograma e, com o passar das horas, reduziu os preços em duas ocasiões para não haver sobras. A tabela a seguir informa a quantidade de maçãs vendidas em cada período, bem como os diferentes preços cobrados pelo feirante.

Período	Preço/Kg	Kg vendidos
Até as 10 h	R$ 2,50	32
Das 10h às 11h	R$ 2,00	13
Das 11h às 12h	R$ 1,40	5

Naquela manhã, por quanto foi vendido, em média, o quilograma da maçã?

a)**R$ 2,26 b)R$ 2,00 c)R$ 1,85 d)R$ 1,70 e)R$ 1,56**

3)(ENEM) Num determinado país a população feminina representa 51% da população total. Sabendo-se que a idade média (média aritmética das idades) da população feminina é de 38 anos e a da masculina é de 36 anos. Qual idade média da população?

a) 37,02 anos b) 37,00 anos c) 37,20 anos d) 36,60 anos e) 37,05 anos

4)(ENEM)A média das idades dos cinco jogadores de um time de basquete é 23,20 anos. Se o pivô dessa equipe, que possui 27 anos, for substituído por um jogador de 20 anos e os demais jogadores forem mantidos, então a média de idade dessa equipe, em anos, passará a ser:

a) 20,6 b) 21,2 c) 21,8 d) 22,4 e) 23,0

5)(ENEM) Suponha que a etapa final de uma gincana escolar consista em um desafio de conhecimentos. Cada equipe escolheria 10 alunos para realizar uma prova objetiva, e a pontuação da equipe seria dada pela mediana das notas obtidas pelos alunos. As provas valiam, no máximo, 10 pontos cada. Ao final, a vencedora foi a equipe Ômega, com 7,8 pontos, seguida pela equipe Delta, com 7,6 pontos. Um dos alunos da equipe Gama, a qual ficou na terceira e última colocação, não pôde comparecer, tendo recebido nota zero na prova. As notas obtidas pelos 10 alunos da equipe Gama foram 10; 6,5; 8; 10; 7; 6,5; 7; 8; 6; 0. Se o aluno da equipe Gama que faltou tivesse comparecido, essa equipe

A) teria a pontuação igual a 6,5 se ele obtivesse nota 0.
B) seria a vencedora se ele obtivesse nota 10.
C) seria a segunda colocada se ele obtivesse nota 8.
D) permaneceria na terceira posição, independentemente da nota obtida pelo aluno.
E) empataria com a equipe Ômega na primeira colocação se o aluno obtivesse nota 9.

6)(ENEM) quadro seguinte mostra o desempenho de um time de futebol no último campeonato. A coluna da esquerda mostra o número de gols marcados e a coluna da direita informa em quantos jogos o time marcou aquele número de gols.

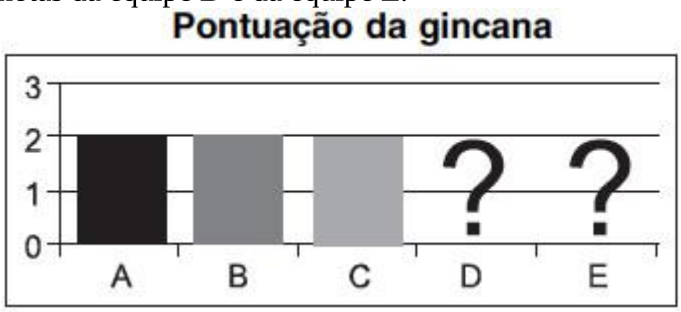
Gols marcados	Quantidade de partidas
0	5
1	3
2	4
3	3
4	2
5	2
7	1

Se X, Y e Z são, respectivamente, a média, a mediana e a moda desta distribuição, então:

A) X = Y < Z.   B) Z < X = Y.   C) Y < Z < X.   D) Z < X < Y.   E) Z < Y < X.

7)(ENEM)A média aritmética de 11 números é 45. Se o número 8 for retirado do conjunto, a média aritmética dos números restantes será: a) 48,7   b) 48   c) 47,5   d) 42   e) 41,5

8)(ENEM) Cinco equipes A, B, C, D e E disputaram uma prova de gincana na qual as pontuações recebidas podiam ser 0, 1, 2 ou 3. A média das cinco equipes foi de 2 pontos.As notas das equipes foram colocadas no gráfico a seguir, entretanto, esqueceram de representaras notas da equipe D e da equipe E.



Mesmo sem aparecer as notas das equipes D e E, pode-se concluir que os valores da moda e da mediana são, respectivamente:

a)1,5 e 2,0. **b)**2,0 e 1,5. **c)**2,0 e 2,0. **d)**2,0 e 3,0. **e)**3,0 e 2,0.

9) (ENEM) As Olimpíadas são uma oportunidade para o congraçamento de um grande número de países, sem discriminação política ou racial, ainda que seus resultados possam refletir características culturais, socioeconômicas e étnicas. Em 2000, nos Jogos Olímpicos de Sydney, o total de 300 medalhas de ouro conquistadas apresentou a seguinte distribuição entre os 196 países participantes, como mostra o gráfico.

	EUA	Rússia	China	Áustria	Alemanha	Outros
Número de medalhas	40	32	28	16	13	171

Esses resultados mostram que, na distribuição das medalhas de ouro em 2000,

a) cada país participante conquistou pelo menos uma.
b) cerca de um terço foi conquistado por apenas três países.
c) os cinco países mais populosos obtiveram os melhores resultados.
d) os cinco países mais desenvolvidos obtiveram os melhores resultados.
e) cerca de um quarto foi conquistado pelos Estados Unidos.

10) Antonio e seu filho Vitor visitaram a escola CEAF para conversar sobre uma possível matricula no primeira serie do ensino médio para o ano letivo seguinte.
O diretor explicou que a escola possui quatro turmas diferentes chamadas turma geométrica, turma harmônica, turma aritmética e turma quadrática. Seja qual for a turma escolhida, os alunos fazem quatro provas ao longo do ano, mas em cada turma a nota final é calculada por meio do tipo de média que da nome a ela.
Vitor não gosta de estudar, e quer ficar na turma mais fácil de passar. Porém Antônio quer que seu filho se dedique mais aos estudos e decide que Vitor deve ficar na turma mais difícil.

Determine quais seriam as turmas mais adequadas aos desejos de Vitor e Antônio, nessa ordem, e justifique sua resposta com base no conteúdo teórico deste módulo.

11) Determine o valor das somas das médias quadráticas (M_Q), aritmética (M_A), geométrica (M_G) e harmônica (M_H) para o conjunto de valores abaixo:

a)3 e 27 **b) 2, 4 e 27**

12) Considerando a tabela abaixo, determine o valor em reais da soma do salário mediano com o(s) salário(s) modal(is):

(a) 1.000
(b) 2.000
(c) 3.000
(d) 4.000
(e) 5.000

Salário (R$)	Funcionários
500	10
1.000	5
1.500	1
2.000	10
5.000	4
10.500	1
Total:	31

LISTA III - ESTATÍSTICA [PARTE II]

- **Desvio Médio (d):**

O desvio médio de um elemento x_i em relação a média $\bar{x}$ é definido como sendo a diferença $x_i - \bar{x}$ entre os dois números.

O desvio médio *d* é definido como sendo a média aritmética entre os módulos dos desvios, isto é,

$$d = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \cdots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

Exemplo:

Para a serie de dados (2,5,8,9), temos: $\bar{x} = \frac{2+8+5+9}{4} = \frac{24}{4} = 6$

$$d = \frac{|2-6| + |5-6| + |8-6| + |9-6|}{4} = \frac{4+1+2+3}{4} = \frac{10}{4} = 2{,}5$$

- **Desvio Padrão:**

É definido como sendo a média quadrática entre os desvios. Em outras palavras,

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

- Exemplo:

Para a mesma série de dados (2,5,8,9) do exemplo anterior temos:

$$\bar{x} = 6$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(2-6)^2 + (5-6)^2 + (8-6)^2 + (9-6)^2}{4}} = \sqrt{\frac{16+1+4+9}{4}} =$$

$$\sqrt{\frac{30}{4}} = \sqrt{7{,}5} \cong 2{,}7$$

- **Variância:**

A variância de um conjunto de dados, denotada por *Var, é* definida como sendo o quadrado do desvio padrão:

$$Var = \sigma^2$$

Exemplo: Para o cunjunto de dados (2,5,8,9) dos exemplos anteriores temos: $Var = \sigma^2 = \left(\sqrt{7{,}5}\right)^2 = 7{,}5$

Contextualizando: Corrida de regularidade, também conhecida como enduro a pé, é uma modalidade esportiva disputada geralmente entre equipes, em varias etapas, e na qual vencer não significa ser mais rápido. Os organizadores da prova estabelecem previamente o tempo em que cada uma das etapas deve ser cumprida, e o objetivo é completar cada etapa no tempo mais próximo possível da meta, percorrendo os trajetos sem qualquer medidor de tempo, distancia ou velocidade.

Imagine que uma dessas provas foi realizada por cinco equipes, em cinco etapas, e que o tempo de conclusão de cada etapa foi estabelecido pela organização da prova em 45 minutos. Considere que a tabela a seguir contém as informações sobre a referida prova:

Equipe	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**
Etapa 1	39	50	45	42	45
Etapa 2	40	45	44	45	40
Etapa 3	55	50	45	48	40
Etapa 4	46	39	46	45	50
Etapa 5	45	41	45	45	50
Média	45	45	45	45	45
Mediana	45	50	45	45	45
Moda	--	50	45	45	40,50
Desvio-padrão	5,7	4,5	0,6	1,9	4,5

Como houve empate na média e na mediana, a equipe vencedora deve ser escolhida com base na moda e no desvio-padrão. O fato de as equipes III e IV terem moda 45 já sugere que uma das duas deve ser a vencedora, já que ambas correram a maior parte das etapas exatamente na meta. O argumento final em favor da equipe III vem do fato de esta ter apresentado o menor desvio-padrão (0,6, contra 1,9 da equipe IV). Sendo assim a equipe III sairia vencedora da competição.

Exercicios

- **01)** O serviço de atendimento ao consumidor de uma concessionária de veículos recebe as reclamações dos clientes via telefone. Tendo em vista a melhoria nesse serviço, foram anotados os números de chamadas durante um período de sete dias consecutivos. Os resultados obtidos foram os seguintes:

Dia	Número de chamadas
Domingo	3
Segunda	4
Terça	6
Quarta	9
Quinta	5
Sexta	7
Sábado	8

Sobre as informações contidas nesse quadro, considere as seguintes afirmativas:

I. O numero médio de chamadas dos últimos sete dias foi 6.

II. A variância dos dados é 4.

III. O desvio-padrão dos dados é $\sqrt{2}$

Assinale a alternativa correta:

(A) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
(B) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
(C) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
(D) Somente a afirmativa I é verdadeira.
(E) As afirmativas I, II e III são verdadeiras.

- **02)** Certo professor de Estatística aplicou uma mesma prova nas turmas I e II. Após corrigir essas provas, o professor calculou a média e o desvio padrão das notas de cada uma das turmas, colocando os resultados na tabela a seguir:

Turma	Média	Desvio-padrão (em relação á média)
I	7,8	1,2
II	8,1	2,0

Com base nessas informações, pode-se afirmar que:
(A) As notas das turmas apresentam a mesma dispersão.
(B) A turma com notas mais heterogêneas é a turma II.
(C) O desempenho dos alunos nas duas turmas foi o mesmo.
(D) As notas da turma II são mais homogêneas que a da turma I.
(E) A variância da turma I é maior do que a variância da turma II.

3)Uma loja que vende sapatos recebeu diversas reclamações de seus clientes relacionadas à venda de sapatos de cor branca ou preta. Os donos da loja anotaram as numerações dos sapatos com defeito e fizeram um estudo estatístico com o intuito de reclamar com o fabricante.
A tabela contém a média, a mediana e a moda desses dados anotados pelos donos.

Estatísticas sobre as numerações dos sapatos com defeito			
	Média	Mediana	Moda
Numerações dos sapatos com defeito	36	37	38

Para quantificar os sapatos pela cor, os donos representaram a cor branca pelo número 0 e a cor preta pelo número 1. Sabe-se que a média da distribuição desses zeros e uns é igual a 0,45. Os donos da loja decidiram que a numeração dos sapatos com maior número de reclamações e a cor com maior número de reclamações não serão mais vendidas. A loja encaminhou um ofício ao fornecedor dos sapatos, explicando que não serão mais encomendados os sapatos de cor:

A) branca e os de número 38.
B) branca e os de número 37.
C) branca e os de número 36.
D) preta e os de número 38.
E) preta e os de número 37

LISTA IV – MATRIZES

1) Considere 5 cidades de uma região que serão numeradas de 1 a 5. Na matriz A a seguir:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 18 & 24 & 16 & 42 \\ 18 & 0 & 35 & 17 & 22 \\ 24 & 35 & 0 & 14 & 56 \\ 16 & 17 & 14 & 0 & 28 \\ 42 & 22 & 56 & 28 & 0 \end{bmatrix}$$

O elemento a_{ij} é a distancia (em km) entre as cidades i e j. Responda, justificando a sua resposta:

a) Qual a distancia entre as cidades 2 e 4?
b) Uma viagem da cidade 3 até a cidade 1, passando pela cidade 4, a uma velocidade média de $90\ km/h$, teria uma duração de quanto tempo?
c) Qual a cidade mais próxima da cidade 4?
d) Por que os elementos da diagonal principal são nulos?
e) Por que os elementos simétricos em relação à diagonal principal (a_{ij} e a_{ij}) são iguais?

2) (UFRJ) Antônio, Bernardo e Cláudio saíram para tomar um chope, de bar em bar, tanto no sábado como no domingo. As matrizes a seguir resumem quantos chopes cada um consumiu e como a despesa foi dividida.

$$S = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix} \text{ e } D = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

S refere-se às despesas de sábado e D às de domingo. Cada elemento a_{ij} nos dá o numero de chopes que i pagou para j, sendo Antônio o número 1, Bernardo o número 2 e Cláudio o número 3, (a_{ij} representa o elemento da linha i, coluna j de cada matriz). Assim, no sábado Antônio pagou 4 chopes que ele próprio bebeu, 1 chope de Bernardo e 4 de Cláudio (primeira linha da matriz S).

a) quem bebeu mais chope no fim de semana?
b) quantos chopes Cláudio ficou devendo para Antônio?

3) (UFRJ) Há 5 senadores designados para uma Comissão Parlamentar de inquérito. Eles devem escolher entre si um presidente para a Comissão, sendo que cada senador pode votar em até 3 nomes. Realizada a votação, cada um deles recebeu um número de 1 a 5 votos. Os votos foram tabulados na matriz $A = (a_{ij})$, abaixo indicada. Na matriz A, cada elemento a_{ij} é igual a 1 (um) se i votou em j, e é igual a 0 (zero) caso contrário.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Responda, justificando:

a) quantos candidatos votaram em si mesmos?
b) qual foi o candidato mais votado?

4) Um hotel possui 3 andares com 3 quartos por andar. Um programa de computador apresenta uma matriz onde cada elemento a_{ij} representa quantas vagas ainda há no quarto i do andar j. Sabendo-se que cada quarto comporta 4 pessoas e que a matriz em determinado momento é:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Determine:

a) quantas vagas há no quarto 2 do $3^{º}$ andar .

b) qual é o andar mais cheio deste hotel e quantas pessoas estão alojadas neste andar.

5) (UFRJ) Uma confecção vai fabricar três tipos de roupas utilizando três materiais diferentes. Considere a matiz $A = (a_{ij})$ abaixo, onde a_{ij}, representa quantas unidades de material j serão empregadas para fabricar uma roupa do tipo i.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

a) Quantas unidades do material 3 serão empregadas na confecção de uma roupa do tipo 2?
b) Calcule o total de unidades do material 1 que será empregado para fabricar cinco roupas do tipo 1, quatro roupas do tipo 2 e duas roupas do tipo 3.

6) Uma indústria fabrica certo aparelho em dois modelos P e Q, utilizando transistores, capacitores e resistores em números representados pela matriz A abaixo.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \boldsymbol{P} & \boldsymbol{Q} \end{array} \\ A = & \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 9 & 7 \\ 11 & 10 \end{bmatrix} \end{array}$$

Essa indústria recebeu encomendas para o mês de janeiro e fevereiro, representamos na matriz B abaixo.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \boldsymbol{jan} & \boldsymbol{fev} \end{array} \\ B = & \begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 12 & 6 \end{bmatrix} \end{array}$$

Determine:

a) quantos transistores serão necessários para atender às encomendas de cada mês.
b) quantos resistores serão utilizados para atender as encomendas do mês de fevereiro.

7) Numa corrida de carro, cada carro recebe o número igual ao número ocupado por ele na largada, por exemplo: o carro de número 3 é do carro que ocupa a terceira posição na largada. Na matriz $(a_{ij})_{4x4}$ abaixo, cada elemento a_{ij} indica a volta em que o carro i ultrapassou o carro j.
O carro que chegou em último foi o de número:

$$A = \begin{bmatrix} ... & 9 & ... & ... \\ 3 & \cdots & ... & ... \\ 6 & 7 & ... & ... \\ 15 & 11 & 18 & ... \end{bmatrix}$$

(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4
(E) Não é possível responder as informações dadas.

LISTA V – PROGRESSÃO ARITMÉTICA

1) Det. o valor de x, de modo que os números $x+4$, $2x-5$ e $4x+10$, formem, nessa ordem, uma PA.

2) (UFBA) O valor da expressão $1+2+3+4+5+\cdots+1.000$ é:

3) (PUC) Sendo $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = 2x+3$, então $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(25)$ é :

4) (UFF) Considere a sequência $(a_1, a_2, a_3, \ldots)$ em que $a_{n+1} - a_n = 2$, para todo $n \in \mathbb{N}^*$, e $a_2 = 5$. Determine o valor de a_{100}.

5) (UFF) Considere os conjuntos X e Y: $X = \{x \in \mathbb{N} | x \text{ é múltiplo de } 3\}$ $Y = \{y \in \mathbb{N} | y \text{ é ímpar}\}$

Det o 100° termo da sucessão obtida quando se escrevem os elementos de $X \cap Y$ em ordem crescente.

6) (UFRJ) Seu Juca resolveu dar a seu filho Riquinho uma mesada de $R\$\ 300{,}00$ por mês. Riquinho, que é muito esperto, disse a seu pai que, em vez da mesada de $R\$\ 300{,}00$, gostaria de receber um pouquinho a cada dia: $R\$\ 1{,}00$ no primeiro dia de cada mês e, a cada dia, $R\$\ 1{,}00$ a mais que no dia anterior. Seu Jucá concordou, mas ao final do primeiro mês, logo percebeu que havia saído no prejuízo. Calcule quanto, em um mês com 30 dias, Riquinho receberá a mais do que receberia com a mesada de $R\$\ 300{,}00$.

7) (UFF) Um jardineiro tem que regar 60 roseiras plantadas ao longo de uma vereda retilínea e distando $1\ m$ uma da outra. Ele enche seu regador numa fonte situada na mesma vereda, a $15\ m$ da primeira roseira, e a cada viagem rega 3 roseiras. Começando e terminando na fonte, qual é o percurso total que ele terá que caminhar até regar todas as roseiras?

8) (UNIT) Numa estrada existem dois telefones instalados no acostamento: um no $km\ 6$ e outro no $km\ 69$. Deseja-se colocar mais 8 telefones entre eles, mantendo-se entre dois telefones consecutivos sempre a mesma distância. Det em quais marcos quilométricos deverão ficar esses novos telefones.

9) (ENEM) *O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33.000 passagens; em fevereiro, 34.500; em março, 36.000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes. Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?*
a) 38.000 b) 40.500 c) 41.000 d) 42.000 e) 48.000

10) (ENEM) *Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo. A quantidade de canudos (C) de cada figura depende da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir:*

Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados de cada figura?

a) *C = 4Q.* ***b)*** *C = 3Q + 1.* ***c)*** *C = 4Q – 1* ***d)*** *C = Q + 3.* ***e)*** *C = 4Q – 2.*

11) (UFRJ) Felipe começa a escrever números naturais em uma folha de papel muito grande, uma linha após a outra, como mostrado a seguir:

$$\begin{array}{ccccccccccc} 1 & & & & & & & & & & \\ 2 & 3 & 4 & & & & & & & & \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & & & & & & \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & & & & \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & & \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{array}$$

Considerando que Felipe mantenha o padrão adotado em todas as linhas:

a) determine quantos números naturais ele escreverá na 50^a linha.
b) determine a soma de todos os números escritos na 50^a linha.

12) (ENEM) *As projeções para a produção de arroz no período de 2012-2021, em uma determinada região produtora, apontam para uma perspectiva de crescimento constante da produção anual. O quadro apresenta a quantidade de arroz, em toneladas, que será produzida nos primeiros anos desse período, de acordo com essa projeção.*

Ano	***Projeto da Produção (t)***
2012	*50,25*
2013	*51,50*
2014	*52,75*
2015	*54,00*

A quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021 será de:

a) *497,25.* ***b)*** *500,85.* ***c)*** *502,87.* ***d)*** *558,75.* ***e)*** *563,25*

13) (UERJ) Duas empresas, A e B, farão doações mensais a uma creche. A tabela abaixo mostra os valores, em reais, dos depósitos iniciais, a serem realizados nos cinco primeiros meses de 2010.

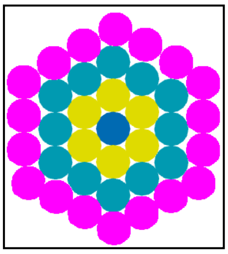
Empresas	janeiro	fevereiro	março	abril	maio
A	12.000,00	11.400,00	10.800,00	10.200,00	9.600,00
B	300,00	600,00	900,00	1.200,00	1.500,00

A diferença entre os valores depositados pelas empresas entre dois meses subsequentes será mantida constante ao longo de um determinado período.

Determine o mês e o ano desse período em que o valor mensal do depósito da empresa A será igual ao da empresa B.

14) (UERJ) Maurren Maggi foi a primeira brasileira a ganhar uma medalha olímpica de ouro na modalidade salto a distância. Em um treino, no qual saltou **n** vezes, a atleta obteve o seguinte desempenho: - todos os saltos de ordem ímpar foram válidos e os de ordem par, inválidos;
- O primeiro salto atingiu a marca de 7,04m, o terceiro a marca de 7,07m e assim sucessivamente cada salto aumentou sua medida em 3cm. O último salto foi de ordem ímpar e atingiu a marca de 7,22m. Calcule **n**.

15) (UERJ) Moedas idênticas de 10 centavos de real foram arrumadas sobre uma mesa, obedecendo à disposição apresentada no desenho: uma moeda no centro e as demais formando camadas tangentes. Considerando que a última camada é composta por 84 moedas, calcule a quantia, em reais, do total de moedas usadas nessa arrumação.



16) (UERJ) Um jogo com dois participantes, A e B, obedece às seguintes regras:
- antes de A jogar uma moeda para o alto, B deve adivinhar a face que, ao cair, ficará voltada para cima, dizendo "cara" ou "coroa";
- quando B errar pela primeira vez, deverá escrever, em uma folha de papel, a sigla **UERJ** uma única vez; ao errar pela segunda vez, escreverá UERJUERJ, e assim sucessivamente;
- em seu enésimo erro, B escreverá **n** vezes a mesma sigla.

Veja o quadro que ilustra o jogo:

Ordem de erro	Letras escritas
1º	UERJ
2º	UERJUERJ
3º	UERJUERJUERJ
4º	UERJUERJUERJUERJ
⋮	⋮
nº	UERJUERJUERJUERJ. . . UERJ

O jogo terminará quando o número total de letras escritas por B, do primeiro ao enésimo erro, for igual a dez vezes o número de letras escritas, considerando apenas o enésimo erro. Determine o número total de letras que foram escritas até o final do jogo.

17)(UERJ) Um fisioterapeuta elaborou o seguinte plano de treinos diários para o condicionamento de um maratonista que se recupera de uma contusão:
• primeiro dia - corrida de 6 km;
• dias subsequentes - acréscimo de 2 km à corrida de cada dia imediatamente anterior.
O último dia de treino será aquele em que o atleta correr 42 km.O total percorrido pelo atleta nesse treinamento, do primeiro ao último dia, em quilômetros, corresponde a:

a) 414 b) 438 **c)** 456 d) 484

18)(UERJ) Admita a seguinte sequência numérica para o número natural ***n***:

$$a_1 = \frac{1}{3} \quad e \quad a_n = a_{n-1} + 3$$

Sendo 2 ≤ n ≤ 10, os dez elementos dessa sequência, em que $a_1 = \frac{1}{3}$ e $a_{10} = \frac{82}{3}$, são:

$$\left(\frac{1}{3}, \frac{10}{3}, \frac{19}{3}, \frac{28}{3}, \frac{37}{3}, a_6, a_7, a_8, a_9, \frac{82}{3}\right)$$

A média aritmética dos quatro últimos elementos dessa sequência é igual a:

a) $\frac{128}{12}$ **b)** $\frac{137}{6}$ c) $\frac{219}{4}$ d) $\frac{657}{9}$

19) (UERJ) Uma farmácia recebeu 15 frascos de um remédio. De acordo com os rótulos, cada frasco contém 200 comprimidos, e cada comprimido tem massa igual a 20 mg.
Admita que um dos frascos contenha a quantidade indicada de comprimidos, mas que cada um destes comprimidos tenha 30 mg. Para identificar esse frasco, cujo rótulo está errado, são utilizados os seguintes procedimentos:
• numeram-se os frascos de 1 a 15;
• retira-se de cada frasco a quantidade de comprimidos correspondente à sua numeração;
• verifica-se, usando uma balança, que a massa total dos comprimidos retirados é igual a 2540 mg.
A numeração do frasco que contém os comprimidos mais pesados é:

(A) 12 (B) 13 **(C)** 14 (D) 15

20) (UERJ) Admita a realização de um campeonato de futebol no qual as advertências recebidas pelos atletas são representadas apenas por cartões amarelos. Esses cartões são convertidos em multas, de acordo com os seguintes critérios:
• os dois primeiros cartões recebidos não geram multas;
• o terceiro cartão gera multa de R$ 500,00;
• os cartões seguintes geram multas cujos valores são sempre acrescidos de R$ 500,00 em relação ao valor da multa anterior. Na tabela, indicam-se as multas relacionadas aos cinco primeiros cartões aplicados a um atleta. Considere um atleta que tenha recebido 13 cartões amarelos durante o campeonato. O valor total, em reais, das multas geradas por todos esses cartões equivale a:

Cartão amarelo recebido	Valor da multa (R$)
1º	–
2º	–
3º	500
4º	1.000
5º	1.500

(A) 30.000 **(B)** 33.000 (C) 36.000 (D) 39.000

21) (UNIT) Considere x a soma dos números naturais ímpares de 0 a 50. Considere y a soma dos números naturais pares de 0 a 50. O valor de $x - y$ é:

22) (UFRJ) Os números reais a, b, c e d formam, nessa ordem, uma progressão aritmética. Calcule o determinante da matriz $A = \begin{pmatrix} e^a & e^b \\ e^c & e^d \end{pmatrix}$.

23) (UERJ) Observe a tabela de Pitágoras:

3	4	5
6	8	10
9	12	15
12	16	20
:	:	:

Calcule a soma de todos os números desta tabela até a vigésima linha

24) (UERJ) Uma certa quantidade de lata de atum vai ser disposta em uma pilha de 30 camadas, conforme a figura abaixo :