

**COLÉGIO DE APLICAÇÃO DOM HELDER CÂMARA**

AVALIAÇÃO: EXERCÍCIO COMPLEMENTAR II

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

PROFESSOR (A): _____

ALUNO(A): _____

DATA: ____/____/____

SÉRIE: 2º ANO



ENTREGA: ____/____/____

ORIENTAÇÕES IMPORTANTES !

- **Leia a atividade avaliativa atentamente.**
- **Responda com caneta azul ou preta não deixe nada a lápis.**
- **Não pode haver rasura e uso de corretivo.**
- **As respostas têm que estar no local próprio e à caneta, para que sejam consideradas.**

LISTA I - FUNÇÃO LOGARITMICA**1)** Aplicando a definição, calcule o valor dos logaritmos:

a) $\log_{\sqrt{8}} 4$ b) $\log_{25} 0,2$ c) $\log_2 \sqrt[3]{64}$ d) $\log_3 81$ e) $\log_4 2\sqrt{2}$ f) $\log_{625} \sqrt{5}$

2) Dê o valor de: a) $\log_4 4$ b) $\log_5 1$ c) $\log_6 6^2$ **3)** Sendo $\log 2 = 0,3$, $\log 3 = 0,4$ e $\log 5 = 0,7$, calcule $\log 600$ e $\log 180$ **4) (PUC)** Se $\log_a x = n$ e $\log_a y = 6n$, então $\log_a \sqrt[3]{x^2 y}$ é igual a:(A) $8n/3$ (B) $4n/3$ (C) $2n/3$ (D) $6n/2$ (E) $n/3$

5) (UERJ) As indicações R_1 e R_2 na *Escala Richter*, de dois terremotos estão relacionadas pela fórmula $R_1 - R_2 = \log_{10} \left(\frac{M_1}{M_2} \right)$ onde M_1 e M_2 medem a energia liberada pelos terremotos sob a forma de ondas que se propagam pela crosta terrestre. Houve dois terremotos: um correspondente a $R_1 = 8$ e outro correspondente a $R_2 = 6$. A razão $\frac{M_1}{M_2}$ é:

(A) 2 (B) $\log_2 10$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) 10^2 (E) $\log_{10} \left(\frac{4}{3} \right)$ **6) (PUC)** Se $\log 5 = x$ e $\log 3 = y$, então $\log 375$ é:

7) (UFF) No dia 6 de junho de 2000, um terremoto atingiu a cidade de *Ankara*, na *Turquia*, com registro 5,9 na *Escala Richter* e outro terremoto atingiu o oeste do *Japão*, com registro de 5,8. Considere que m_1 e m_2 medem a energia liberada sob a forma de ondas que se propagam pela crosta terrestre por terremotos com registros, na escala, r_1 e r_2 respectivamente. Sabe-se que estes valores estão relacionados pela fórmula:

$$r_1 - r_2 = \log_{10} \left(\frac{m_1}{m_2} \right)$$

Considerando-se que r_1 seja o registro do terremoto na *Turquia* e r_2 o registro do terremoto no *Japão*, pode-se afirmar que $\frac{m_1}{m_2}$ é igual a:

- (A) 10^{-1}
- (B) $10^{0,1}$
- (C) $(0,1)^{10}$
- (D) $10/0,1$
- (E) $0,1/10$

8) (UENF) Um grupo de 20 ovelhas é libertado para reprodução numa área de preservação ambiental. Submetidas a um tratamento especial, o número N de ovelhas existentes após t anos pode ser estimado pela seguinte fórmula:

$$N = \frac{220}{1+10(0,81)^t}$$

Admita que a população de ovelhas seja capaz de se manter estável, sem esse tratamento especial, depois de atingido o número de 88 ovelhas.

- a) Calcule o número de ovelhas existentes após seis meses.
- b) Considerando $\ln 2 = 0,7$, $\ln 3 = 1,1$ e $\ln 3 = 1,6$, calcule em quantos anos não haverá mais a necessidade de tratamento especial ao rebanho.

9) (UFSCAR) Um paciente de um hospital está recebendo soro por via intravenosa. O equipamento foi regulado para gotejar x gotas a cada 30 segundos. Sabendo-se que este número x é solução da equação $\log_4 x = \log_2 3$, e que cada gota tem volume de $0,3 \text{ ml}$, pode-se afirmar que o volume de soro que este paciente recebe em uma hora é de :

- (A) 800 ml
- (B) 750 ml
- (C) 724 ml
- (D) 500 ml
- (E) 324 ml

10) (UFRJ) Os números a , b e c são tais que seus logaritmos decimais $\log a$, $\log b$, $\log c$, nesta ordem estão em *P. A.* Sabendo-se que $\log b = 2$, determine o produto $a \cdot b \cdot c$.

11) (UFF) As indicações R_1 e R_2 , na *Escala Richter*, de dois terremotos estão relacionadas pela fórmula $R_1 - R_2 = \log N$, em que N mede a razão entre as energias liberadas pelos dois terrenos, sob a forma de ondas que se propagam pela costa terrestre. Supondo que houve um terremoto correspondente a $R_1 = 8$ e outro correspondente a $R_2 = 5$, então N é igual a:

- (A) $\log 8/5$
- (B) $8/5$
- (C) $\log 10$
- (D) 3
- (E) 10

12) (UERJ) O número, em centenas de indivíduos, de um determinado grupo de animais, x dias após a liberação de um predador no seu ambiente, é expresso pela seguinte função:

$$f(x) = \log 5^{\sqrt[3]{5}} (x^4)$$

Após cinco dias da liberação do predador, o número de indivíduos desse grupo presente no ambiente será igual a:

- a) 3 b) 4 c) 300 d) 400

13)(UERJ) Admita que, em um determinado lago, a cada 40 cm de profundidade, a intensidade de luz é reduzida em 20%, de acordo com a equação $I = I_0 \cdot 0,8^{\frac{h}{40}}$ na qual I é a intensidade da luz em uma profundidade h , em centímetros, e I_0 é a intensidade na superfície. Um nadador verificou, ao mergulhar nesse lago, que a intensidade da luz, em um ponto P, é de 32% daquela observada na superfície. A profundidade do ponto P, em metros, considerando **$\log 2 = 0,3$** , equivale a:

- (A) 0,64 (B) 1,8 **(C) 2,0** (D) 3,2

14) (ENEM) A Escala de Magnitude de Momento (abreviada como MMS e denotada como M_w) introduzida em 1979 por Thomas Haks e Hiro Kanamori, substituiu a escala de Richter para medir a magnitude dos terremotos em termos de energia liberada. Menos conhecida pelo público, a MMS é, no entanto, a escala usada para estimar as magnitudes de todos os grandes terremotos da atualidade. Assim como a escala Richter, a MMS é uma escala logarítmica. M_w e M_0 se relacionam pela fórmula:

$$M_w = -10,7 + \frac{2}{3} \log_{10} (M_0)$$

Onde M_0 é o momento sísmico (usualmente estimado a partir dos registros de movimento da superfície, através dos sismogramas), cuja unidade é o dina·cm.

O terremoto de Kobe, acontecido no dia 17 de janeiro de 1995, foi um dos terremotos que causaram maior impacto no Japão e na comunidade internacional. Teve magnitude $M_w = 7,3$.

U.S. GEOLOGICAL SURVEY, Historic Earthquakes. Disponível em: <http://earthquake.usgs.gov>.

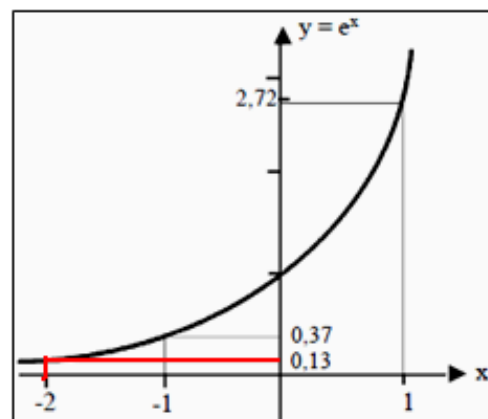
U.S. GEOLOGICAL SURVEY. USGS Earthquake Magnitude Policy. Disponível em: <http://earthquake.usgs.gov>. Acesso em: 1 maio 2010 (adaptado).

Mostrando que é possível determinar a medida por meio de conhecimentos matemáticos, qual foi o momento sísmico M_0 do terremoto de Kobe (em dina.cm)?

- (A) $10^{-5,10}$
(B) $10^{-0,73}$
(C) $10^{12,00}$
(D) $10^{21,65}$
(E) $10^{27,00}$

15)(UERJ) Uma empresa acompanha a produção diária de um funcionário recém-admitido, utilizando uma função $f(d)$, cujo valor corresponde ao número mínimo de peças que a empresa espera que ele produza em cada dia (d), a partir da data de sua admissão. Considere o gráfico auxiliar abaixo, que representa a função $y = e^x$.

Utilizando $f(d) = 100 - 100 \cdot e^{-0,2d}$ e o gráfico acima, a empresa pode prever que o funcionário alcançará a produção de 87 peças num mesmo dia, quando d for igual a:



16)(UERJ) Considere-se que uma população inicial cresce **3%** ao ano, observados os dados $\log 3 = 0,477$ e $\log 103 = 2,013$ o número aproximado de anos que ela triplicará é:

- a) 37 b) 47 c) 57 d) 67

17)(UERJ) A acidez de frutas cítricas é determinada pela concentração de íons hidrogênio. Uma amostra de polpa de laranja apresenta $\text{pH} = 2,3$. Considerando $\log 2 = 0,3$, a concentração de íons hidrogênio nessa amostra, em mol.L^{-1} , equivale a:

- a) 0,001 b) 0,003 c) 0,005 d) 0,007

18)(UERJ) Um lago usado para abastecer uma cidade foi contaminado após um acidente industrial, atingindo o nível de toxidez T_0 , correspondente a dez vezes o nível inicial. Leia as informações a seguir.

- A vazão do lago permite que 50% de seu volume sejam renovados a cada dez dias.
- O nível de toxidez $T(x)$, após x dias do acidente, pode ser calculado pela equação:

$$T(x) = T_0 \cdot (0,5)^{0,1x}$$

Considere D o menor número de dias de suspensão do abastecimento de água, necessário para que a toxidez retorne ao nível inicial. Sendo $\log 2 = 0,3$, o valor de D é igual a:

- a) 30 b) 32 c) 34 d) 36

19)(UERJ) Para melhor estudar o Sol, os astrônomos utilizam filtros de luz em seus instrumentos de observação.

Admita um filtro que deixe passar $4/5$ da intensidade da luz que nele incide. Para reduzir essa intensidade a menos de 10% da original, foi necessário utilizar n filtros.

Considerando $\log 2 = 0,301$, o menor valor de n é igual a:

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

d) 10^{17}

LISTA II - ESTATISTICA

Medidas de Tendência Central: médias, mediana e moda.

➤ Média Aritmética Simples:

A média aritmética é definida como sendo a soma de todos os elementos dividida pela quantidade de elementos:

$$M_A = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N}{n}$$

Exemplo: Um aluno teve as seguintes médias em matemática nos quatro bimestres do ano: 8,0; 5,5; 4,5 e 10,0. Qual a média deste aluno?

➤ Média Aritmética Ponderada:

É definida como sendo a soma dos produtos de cada valor pelo seu peso, dividida pela soma dos pesos.

$$M_A = \frac{X_1P_1 + X_2P_2 + X_3P_3 + \dots + X_nP_n}{P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n}$$

Exemplo: No 8º ano do ensino fundamental de uma escola, a disciplina de matemática é dividida em álgebra, geometria e desenho. Sabendo que os pesos dessas disciplinas na composição da nota de matemática são 5, 3 e 2, respectivamente, e que as notas obtidas na última prova foram 2,0, 6,0 e 9,0, nessa ordem, determine a média M que o aluno obteve em matemática nessa avaliação.

Exemplo: Considere o quadro de salários da tabela abaixo, pertencente a uma empresa que tem 31 funcionários. Determine o salário médio S_M pago por esta empresa

Salário (R\$)	Funcionários
500	10
1.000	5
1.500	1
2.000	10
5.000	4
10.500	1
Total:	31

➤ Média Geométrica:

É definida como sendo raiz com índice n do produto entre os referidos números:

$$M_G = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot \dots \cdot X_N}$$

Exemplo: De fevereiro para março de 2014, a loja A aumentou seus preços em 70%. De março para abril, houve um novo aumento dos preços, dessa vez de 20%. Sendo assim, um produto que custava 100,00 em fevereiro, passou a custar $100,00 \cdot 1,7 = 170,00$ em março, e $170 \cdot 1,2 = 204,00$ em abril. Imagine que o dono da loja resolva substituir os dois aumentos 70% e 20% por dois aumentos iguais de $x\%$, de modo que o resultado final seja o mesmo, isto é, de modo que, após os dois aumentos de $x\%$, o produto que custava 100,00 passe a custar 204,00. Qual deve ser o valor de x nesse caso ou, em outras palavras, qual foi o aumento percentual médio neste bimestre?

Exemplo: Em 2003, constatou-se que a população de marlim-azul foi reduzida a 20% da existente há cinquenta anos (em 1953). Considerando que foi constante a razão anual (razão entre a população de um ano e a do ano anterior) com que essa população decresceu durante esse período, conclui-se que a população de marlim-azul, ao final dos primeiros vinte e cinco anos (em 1978), ficou reduzida a aproximadamente:

- (A) 10% da população existente em 1953. (B) 20% da população existente em 1953.
 (C) 30% da população existente em 1953. (D) 45% da população existente em 1953.
 (E) 65% da população existente em 1953.

➤ **Média Harmônica:**

É definida como sendo a divisão entre a quantidade N de números e a soma dos inversos dos referidos números. Em outras palavras, a Média Harmônica é o inverso da média aritmética.

$$M_H = \frac{n}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} + \dots + \frac{1}{X_n}}$$

Exemplo: João foi à padaria com certa quantidade de dinheiro analisando os preços do queijo e do presunto, viu que com seu dinheiro poderia comprar exatamente 600g de queijo, ou então 400g de presunto. Entretanto, João gostaria de levar quantidades iguais dos dois frios, ou seja, gostaria de levar x gramas de queijo e x gramas de presunto. Determine o valor de x .

Exemplo: Na física, há um problema de velocidade média, respondê-lo envolve o conceito de média harmônica. Carlos fez uma viagem de carro do Rio de Janeiro até São Paulo. Sabe-se que a distância entre as duas cidades é de 400 km. Suponha que a Velocidade média do veículo tenha sido de 80 km/h na 1ª metade do trajeto, e de 120 km/h na 2ª metade. Qual a velocidade média do veículo no trajeto como

➤ **Média Quadrática:**

É conhecida como sendo a raiz quadrada da média aritmética entre os quadrados destes números, ou seja,

$$M_Q = \sqrt{\frac{X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + \dots + X_n^2}{n}}$$

Dentro do Ensino Médio, a aplicação mais interessante da média quadrática é no cálculo do chamado **desvio-padrão**.

Aprofundando: Desigualdade das Médias

Foram calculadas as médias aritméticas, geométricas, harmônica e quadrática primeiramente entre os números 4 e 9, e em seguida entre os números 5, 8 e 25. A tabela abaixo mostra os resultados obtidos. A média ponderada ficou de fora porque seu cálculo depende dos seus pesos que variam de acordo com a situação.

Média	4 e 9	5, 8 e 25
Quadrática	6,96	15,43
Aritmética	6,5	12,7
Geométrica	6	10
Harmônica	5,54	8,22

Em ambos os casos, observamos que existe uma ordenação clara entre os resultados. Parece que a média quadrática supera a aritmética, que por sua vez supera a geométrica, que por sua vez supera a harmônica. Na verdade, trata-se de um resultado bastante conhecido e utilizado na matemática, a chamada **Desigualdade das médias**:

Teorema: Se $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ são números positivos, então $M_Q \geq M_A \geq M_G \geq M_H$

➤ **Mediana:**

A média aritmética de uma serie de dados (pense nas notas de todos os alunos de sua sala na ultima prova de matemática, por exemplo) tem a função de, através de uma única informação, fornecer alguma idéia sobre o comportamento dos dados como um todo. Se um dos seus professores anuncia que a media da turma foi 9,0 , por exemplo, essa informação sozinha já é suficiente para provocar entre os alunos a sensação de que o desempenho geral foi muito bom, ainda que eventualmente um ou outro aluno não tenha ido muito bem. Entretanto, nem sempre a media aritmética é confiável nesse sentido. Se um dos valores da serie de dados é muito discrepante dos demais, a média aritmética “arrastada” para perto desse valor, ou seja, a media aritmética sofre de certa volatilidade. Veja:

Exemplo: Se em uma empresa com 10 funcionários os salários são dados, em reais por 1.000, 1.500, 2.000, 2.500, 3.000, 3.500, 4.000, 4.500, 5.000 e 473.000, então o salário médio é $\frac{500.000}{5} = 50.000$ reais. Repare que esse dado de forma alguma reflete a realidade dos funcionários, já que 50.000 é um salário dez ou mais vezes maior que 90% dos salários d empresa. Assim faz-se necessária uma media de tendência central que não seja influenciável pela presença de valores discrepantes na serie de dados.

➤ **Moda:**

A moda ou valor modal de uma serie de dados é definida como sendo o valor que mais se repete, ou seja, é o valor mais freqüente da série

Exemplos:

- I. Se as idades dos alunos de uma mesma turma são (14, 15, 15, 16, 14, 15, 14, 15, 16, 14, 15, 15, 14, 16), a idade modal é 15 anos, já que são seis alunos com essa idade contra cinco alunos com 14 anos e três alunos com 16 anos.
- II. A série (1.000, 1.500, 2.000, 2.500, 3.000, 3.500, 4.000, 4.500, 5.000, 473.000) é chamada de amodal, ou seja, sem moda, já que não há um valor que se repete mais que os outros.
- III. A série (2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 7, 7, 11, 13) é chamada bimodal, porque possui dois valores empatados com a maior freqüência (as modas nesse caso, são 2 e 3, que aparecem quatro vezes).

Exercícios Contextualizados:

1)(ENEM) A média da idades dos cinco jogadores de um time de basquete é 23,20 anos. Se o pivô dessa equipe; que possui 27 anos for substituído por um jogador de 20 anos e os demais forem mantidos, então a media de idade dessa equipe, em anos, passará a ser:

a)20,6 b) 21,2 c)21,8 d)22,4 e)23,0

2)(ENEM) Um feirante possuía 50 Kg de maçã para vender em uma manhã. Começou a vender as frutas por R\$ 2,50 o quilograma e, com o passar das horas, reduziu os preços em duas ocasiões para não haver sobras. A tabela a seguir informa a quantidade de maçãs vendidas em cada período, bem como os diferentes preços cobrados pelo feirante.

Período	Preço/Kg	Kg vendidos
Até as 10 h	R\$ 2,50	32
Das 10h às 11h	R\$ 2,00	13
Das 11h às 12h	R\$ 1,40	5

Naquela manhã, por quanto foi vendido, em média, o quilograma da maçã?

a)R\$ 2,26 b)R\$ 2,00 c)R\$ 1,85 d)R\$ 1,70 e)R\$ 1,56

3)(ENEM) Num determinado país a população feminina representa 51% da população total. Sabendo-se que a idade média (média aritmética das idades) da população feminina é de 38 anos e a da masculina é de 36 anos. Qual idade média da população?

a) 37,02 anos b) 37,00 anos c) 37,20 anos d) 36,60 anos e) 37,05 anos

4)(ENEM) A média das idades dos cinco jogadores de um time de basquete é 23,20 anos. Se o pivô dessa equipe, que possui 27 anos, for substituído por um jogador de 20 anos e os demais jogadores forem mantidos, então a média de idade dessa equipe, em anos, passará a ser:

a) 20,6 b) 21,2 c) 21,8 d) 22,4 e) 23,0

5)(ENEM) Suponha que a etapa final de uma gincana escolar consista em um desafio de conhecimentos. Cada equipe escolheria 10 alunos para realizar uma prova objetiva, e a pontuação da equipe seria dada pela mediana das notas obtidas pelos alunos. As provas valiam, no máximo, 10 pontos cada. Ao final, a vencedora foi a equipe Ômega, com 7,8 pontos, seguida pela equipe Delta, com 7,6 pontos. Um dos alunos da equipe Gama, a qual ficou na terceira e última colocação, não pôde comparecer, tendo recebido nota zero na prova. As notas obtidas pelos 10 alunos da equipe Gama foram 10; 6,5; 8; 10; 7; 6,5; 7; 8; 6; 0. Se o aluno da equipe Gama que faltou tivesse comparecido, essa equipe:

A) teria a pontuação igual a 6,5 se ele obtivesse nota 0.

B) seria a vencedora se ele obtivesse nota 10.

C) seria a segunda colocada se ele obtivesse nota 8.

D) permaneceria na terceira posição, independentemente da nota obtida pelo aluno.

E) empataria com a equipe Ômega na primeira colocação se o aluno obtivesse nota 9.

6)(ENEM) quadro seguinte mostra o desempenho de um time de futebol no último campeonato. A coluna da esquerda mostra o número de gols marcados e a coluna da direita informa em quantos jogos o time marcou aquele número de gols.

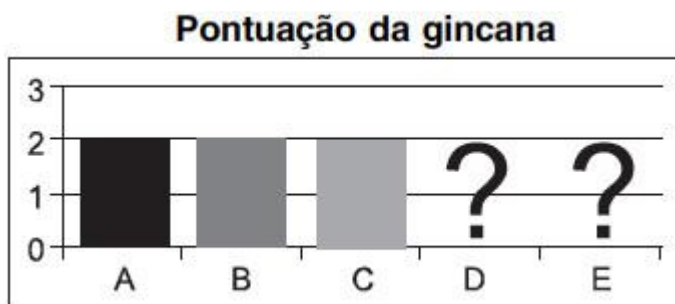
Gols marcados	Quantidade de partidas
0	5
1	3
2	4
3	3
4	2
5	2
7	1

Se X, Y e Z são, respectivamente, a média, a mediana e a moda desta distribuição, então:

A) $X = Y < Z$. B) $Z < X = Y$. C) $Y < Z < X$. D) $Z < X < Y$. E) $Z < Y < X$.

7)(ENEM) A média aritmética de 11 números é 45. Se o número 8 for retirado do conjunto, a média aritmética dos números restantes será: a) 48,7 b) 48 c) 47,5 d) 42 e) 41,5

8)(ENEM) Cinco equipes A, B, C, D e E disputaram uma prova de gincana na qual as pontuações recebidas podiam ser 0, 1, 2 ou 3. A média das cinco equipes foi de 2 pontos. As notas das equipes foram colocadas no gráfico a seguir, entretanto, esqueceram de representar as notas da equipe D e da equipe E.



Mesmo sem aparecer as notas das equipes D e E, pode-se concluir que os valores da moda e da mediana são, respectivamente:

- a) 1,5 e 2,0. b) 2,0 e 1,5. c) 2,0 e 2,0. d) 2,0 e 3,0. e) 3,0 e 2,0.

9) (ENEM) As Olimpíadas são uma oportunidade para o conagraçamento de um grande número de países, sem discriminação política ou racial, ainda que seus resultados possam refletir características culturais, socioeconômicas e étnicas. Em 2000, nos Jogos Olímpicos de Sydney, o total de 300 medalhas de ouro conquistadas apresentou a seguinte distribuição entre os 196 países participantes, como mostra o gráfico.



Esses resultados mostram que, na distribuição das medalhas de ouro em 2000,

- a) cada país participante conquistou pelo menos uma.
b) cerca de um terço foi conquistado por apenas três países.
c) os cinco países mais populosos obtiveram os melhores resultados.
d) os cinco países mais desenvolvidos obtiveram os melhores resultados.
e) cerca de um quarto foi conquistado pelos Estados Unidos.

10) Antonio e seu filho Vitor visitaram a escola CEAF para conversar sobre uma possível matrícula na primeira série do ensino médio para o ano letivo seguinte.

O diretor explicou que a escola possui quatro turmas diferentes chamadas turma geométrica, turma harmônica, turma aritmética e turma quadrática. Seja qual for a turma escolhida, os alunos fazem quatro provas ao longo do ano, mas em cada turma a nota final é calculada por meio do tipo de média que dá nome a ela.

Vitor não gosta de estudar, e quer ficar na turma mais fácil de passar. Porém Antônio quer que seu filho se dedique mais aos estudos e decide que Vitor deve ficar na turma mais difícil. Determine quais seriam as turmas mais adequadas aos desejos de Vitor e Antônio, nessa ordem, e justifique sua resposta com base no conteúdo teórico deste módulo.

11) Determine o valor das somas das médias quadráticas (M_Q), aritmética (M_A), geométrica (M_G) e harmônica (M_H) para o conjunto de valores abaixo:

a) 3 e 27 b) 2, 4 e 27

12) Considerando a tabela abaixo, determine o valor em reais da soma do salário mediano com o(s) salário(s) modal(is):

- (a) 1.000**
- (b) 2.000**
- (c) 3.000**
- (d) 4.000**
- (e) 5.000**

Salário (R\$)	Funcionários
500	10
1.000	5
1.500	1
2.000	10
5.000	4
10.500	1
Total:	31

Estatística (2ª Parte) – Prof. Paulo Artur

Medidas de Dispersão: Desvio médio, Desvio padrão e Variância.

➤ **Desvio Médio (d):**

O desvio médio de um elemento x_i em relação a média $\bar{x}$ é definido como sendo a diferença $x_i - \bar{x}$ entre os dois números.

O desvio médio d é definido como sendo a média aritmética entre os módulos dos desvios, isto é,

$$d = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

Exemplo:

Para a serie de dados (2,5,8,9), temos: $\bar{x} = \frac{2+5+8+9}{4} = \frac{24}{4} = 6$

$$d = \frac{|2 - 6| + |5 - 6| + |8 - 6| + |9 - 6|}{4} = \frac{4 + 1 + 2 + 3}{4} = \frac{10}{4} = 2,5$$

➤ **Desvio Padrão:**

É definido como sendo a média quadrática entre os desvios. Em outras palavras,

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

- Exemplo:

Para a mesma série de dados (2,5,8,9) do exemplo anterior temos:

$$\bar{x} = 6$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(2-6)^2 + (5-6)^2 + (8-6)^2 + (9-6)^2}{4}} = \sqrt{\frac{16 + 1 + 4 + 9}{4}} =$$

$$\sqrt{\frac{30}{4}} = \sqrt{7,5} \cong 2,7$$

➤ **Variância:**

A variância de um conjunto de dados, denotada por Var , é definida como sendo o quadrado do desvio padrão:

$$Var = \sigma^2$$

Exemplo: Para o conjunto de dados (2,5,8,9) dos exemplos anteriores temos: $Var = \sigma^2 = (\sqrt{7,5})^2 = 7,5$

Contextualizando: Corrida de regularidade, também conhecida como enduro a pé, é uma modalidade esportiva disputada geralmente entre equipes, em varias etapas, e na qual vencer não significa ser mais rápido. Os organizadores da prova estabelecem previamente o tempo em que cada uma das etapas deve ser cumprida, e o objetivo é completar cada etapa no tempo mais próximo possível da meta, percorrendo os trajetos sem qualquer medidor de tempo, distancia ou velocidade.

Imagine que uma dessas provas foi realizada por cinco equipes, em cinco etapas, e que o tempo de conclusão de cada etapa foi estabelecido pela organização da prova em 45 minutos. Considere que a tabela a seguir contém as informações sobre a referida prova:

Equipe	I	II	III	IV	V
Etapas					
Etapas 1	39	50	45	42	45
Etapas 2	40	45	44	45	40
Etapas 3	55	50	45	48	40
Etapas 4	46	39	46	45	50
Etapas 5	45	41	45	45	50
Média	45	45	45	45	45
Mediana	45	50	45	45	45
Moda	--	50	45	45	40,50
Desvio-padrão	5,7	4,5	0,6	1,9	4,5

Como houve empate na média e na mediana, a equipe vencedora deve ser escolhida com base na moda e no desvio-padrão. O fato de as equipes III e IV terem moda 45 já sugere que uma das duas deve ser a vencedora, já que ambas correram a maior parte das etapas exatamente na meta. O argumento final em favor da equipe III vem do fato de esta ter apresentado o menor desvio-padrão (0,6, contra 1,9 da equipe IV). Sendo assim a equipe III sairia vencedora da competição.

Exercícios

- **01)** O serviço de atendimento ao consumidor de uma concessionária de veículos recebe as reclamações dos clientes via telefone. Tendo em vista a melhoria nesse serviço, foram anotados os números de chamadas durante um período de sete dias consecutivos. Os resultados obtidos foram os seguintes:

Dia	Número de chamadas
Domingo	3
Segunda	4
Terça	6
Quarta	9
Quinta	5
Sexta	7
Sábado	8

Sobre as informações contidas nesse quadro, considere as seguintes afirmativas:

- I. O número médio de chamadas dos últimos sete dias foi 6.
- II. A variância dos dados é 4.
- III. O desvio-padrão dos dados é $\sqrt{2}$

Assinale a alternativa correta:

- (A) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
 - (B) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
 - (C) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
 - (D) Somente a afirmativa I é verdadeira.
 - (E) As afirmativas I, II e III são verdadeiras.
- **02)** Certo professor de Estatística aplicou uma mesma prova nas turmas I e II. Após corrigir essas provas, o professor calculou a média e o desvio padrão das notas de cada uma das turmas, colocando os resultados na tabela a seguir:

Turma	Média	Desvio-padrão (em relação à média)
I	7,8	1,2
II	8,1	2,0

Com base nessas informações, pode-se afirmar que:

- (A) As notas das turmas apresentam a mesma dispersão.
- (B) A turma com notas mais heterogêneas é a turma II.
- (C) O desempenho dos alunos nas duas turmas foi o mesmo.
- (D) As notas da turma II são mais homogêneas que a da turma I.
- (E) A variância da turma I é maior do que a variância da turma II.

- 3) Uma loja que vende sapatos recebeu diversas reclamações de seus clientes relacionadas à venda de sapatos de cor branca ou preta. Os donos da loja anotaram as numerações dos sapatos com defeito e fizeram um estudo estatístico com o intuito de reclamar com o fabricante. A tabela contém a média, a mediana e a moda desses dados anotados pelos donos.

Estatísticas sobre as numerações dos sapatos com defeito			
	Média	Mediana	Moda
Numerações dos sapatos com defeito	36	37	38

Para quantificar os sapatos pela cor, os donos representaram a cor branca pelo número 0 e a cor preta pelo número 1. Sabe-se que a média da distribuição desses zeros e uns é igual a 0,45. Os donos da loja decidiram que a numeração dos sapatos com maior número de reclamações e a cor com maior número de reclamações não serão mais vendidas. A loja encaminhou um ofício ao fornecedor dos sapatos, explicando que não serão mais encomendados os sapatos de cor:

- A)** branca e os de número 38.
- B)** branca e os de número 37.
- C)** branca e os de número 36.
- D)** preta e os de número 38.
- E)** preta e os de número 37