

**COLÉGIO DE APLICAÇÃO DOM HÉLDER CÂMARA**

AVALIAÇÃO: EXERCÍCIO COMPLEMENTAR I

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

PROFESSOR (A): _____

ALUNO(A): _____

DATA: ____/____/____

SÉRIE: 2º ANO



ENTREGA: ____/____/____

ORIENTAÇÕES IMPORTANTES !

- **Leia a atividade avaliativa atentamente.**
- **Responda com caneta azul ou preta não deixe nada a lápis.**
- **Não pode haver rasura e uso de corretivo.**
- **As respostas têm que estar no local próprio e à caneta, para que sejam consideradas.**

LISTA I - MATRIZES

1) Considere 5 cidades de uma região que serão numeradas de 1 a 5. Na matriz A a seguir:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 18 & 24 & 16 & 42 \\ 18 & 0 & 35 & 17 & 22 \\ 24 & 35 & 0 & 14 & 56 \\ 16 & 17 & 14 & 0 & 28 \\ 42 & 22 & 56 & 28 & 0 \end{bmatrix}$$

O elemento a_{ij} é a distância (em km) entre as cidades i e j . Responda, justificando a sua resposta:

- a) Qual a distância entre as cidades 2 e 4?
- b) Uma viagem da cidade 3 até a cidade 1, passando pela cidade 4, a uma velocidade média de 90 km/h, teria uma duração de quanto tempo?
- c) Qual a cidade mais próxima da cidade 4?
- d) Por que os elementos da diagonal principal são nulos?
- e) Por que os elementos simétricos em relação à diagonal principal (a_{ij} e a_{ji}) são iguais?

2) (UFRJ) Antônio, Bernardo e Cláudio saíram para tomar um chope, de bar em bar, tanto no sábado como no domingo. As matrizes a seguir resumem quantos chopes cada um consumiu e como a despesa foi dividida.

$$S = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix} \text{ e } D = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

S refere-se às despesas de sábado e D às de domingo. Cada elemento a_{ij} nos dá o número de chopes que i pagou para j , sendo Antônio o número 1, Bernardo o número 2 e Cláudio o número 3, (a_{ij} representa o elemento da linha i , coluna j de cada matriz). Assim, no sábado Antônio pagou 4 chopes que ele próprio bebeu, 1 chope de Bernardo e 4 de Cláudio (primeira linha da matriz S).

- a) quem bebeu mais chope no fim de semana?
- b) quantos chopes Cláudio ficou devendo para Antônio?

3) (UFRJ) Há 5 senadores designados para uma Comissão Parlamentar de inquérito. Eles devem escolher entre si um presidente para a Comissão, sendo que cada senador pode votar em até 3 nomes. Realizada a votação, cada um deles recebeu um número de 1 a 5 votos. Os votos foram tabulados na matriz $A = (a_{ij})$, abaixo indicada. Na matriz A , cada elemento a_{ij} é igual a 1 (um) se i votou em j , e é igual a 0 (zero) caso contrário.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Responda, justificando:

- quantos candidatos votaram em si mesmos?
- qual foi o candidato mais votado?

4) Um hotel possui 3 andares com 3 quartos por andar. Um programa de computador apresenta uma matriz onde cada elemento a_{ij} representa quantas vagas ainda há no quarto i do andar j . Sabendo-se que cada quarto comporta 4 pessoas e que a matriz em determinado momento é:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Determine:

- quantas vagas há no quarto 2 do 3º andar .
- qual é o andar mais cheio deste hotel e quantas pessoas estão alojadas neste andar.

5) (UFRJ) Uma confecção vai fabricar três tipos de roupas utilizando três materiais diferentes. Considere a matriz $A = (a_{ij})$ abaixo, onde a_{ij} , representa quantas unidades de material j serão empregadas para fabricar uma roupa do tipo i .

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- Quantas unidades do material 3 serão empregadas na confecção de uma roupa do tipo 2?
- Calcule o total de unidades do material 1 que será empregado para fabricar cinco roupas do tipo 1, quatro roupas do tipo 2 e duas roupas do tipo 3.

6) Uma indústria fabrica certo aparelho em dois modelos P e Q , utilizando transistores, capacitores e resistores em números representados pela matriz A abaixo.

$$A = \begin{array}{cc} & \begin{matrix} P & Q \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{transistores} \\ \text{capacitores} \\ \text{resistores} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 9 & 7 \\ 11 & 10 \end{bmatrix} \end{array}$$

Essa indústria recebeu encomendas para o mês de janeiro e fevereiro, representamos na matriz B abaixo.

$$B = \begin{array}{cc} & \begin{matrix} jan & fev \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{transistores} \\ \text{capacitores} \\ \text{resistores} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 12 & 6 \end{bmatrix} \end{array}$$

Determine:

- a) quantos transistores serão necessários para atender às encomendas de cada mês.
- b) quantos resistores serão utilizados para atender as encomendas do mês de fevereiro.

7) Numa corrida de carro, cada carro recebe o número igual ao número ocupado por ele na largada, por exemplo: o carro de número 3 é do carro que ocupa a terceira posição na largada. Na matriz $(a_{ij})_{4 \times 4}$ abaixo, cada elemento a_{ij} indica a volta em que o carro i ultrapassou o carro j .

O carro que chegou em último foi o de número:

$$A = \begin{bmatrix} \dots & 9 & \dots & \dots \\ 3 & \dots & \dots & \dots \\ 6 & 7 & \dots & \dots \\ 15 & 11 & 18 & \dots \end{bmatrix}$$

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) Não é possível responder as informações dadas.

LISTA II - PROGRESSÃO ARITMÉTICA

1) Det. o valor de x , de modo que os números $x + 4$, $2x - 5$ e $4x + 10$, formem, nessa ordem, uma PA.

2) (UFBA) O valor da expressão $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 1.000$ é:

3) (PUC) Sendo $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = 2x + 3$, então $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(25)$ é :

4) (UFF) Considere a sequência $(a_1, a_2, a_3, \dots)$ em que $a_{n+1} - a_n = 2$, para todo $n \in \mathbb{N}^*$, e $a_2 = 5$. Determine o valor de a_{100} .

5) (UFF) Considere os conjuntos X e Y : $X = \{x \in \mathbb{N} | x \text{ é múltiplo de } 3\}$ $Y = \{y \in \mathbb{N} | y \text{ é ímpar}\}$

Det o 100º termo da sucessão obtida quando se escrevem os elementos de $X \cap Y$ em ordem crescente.

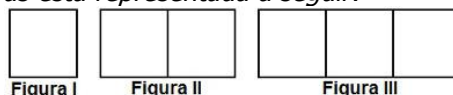
6) (UFRJ) Seu Juca resolveu dar a seu filho Riquinho uma mesada de R\$ 300,00 por mês. Riquinho, que é muito esperto, disse a seu pai que, em vez da mesada de R\$ 300,00, gostaria de receber um pouquinho a cada dia: R\$ 1,00 no primeiro dia de cada mês e, a cada dia, R\$ 1,00 a mais que no dia anterior. Seu Jucá concordou, mas ao final do primeiro mês, logo percebeu que havia saído no prejuízo. Calcule quanto, em um mês com 30 dias, Riquinho receberá a mais do que receberia com a mesada de R\$ 300,00.

7) (UFF) Um jardineiro tem que regar 60 roseiras plantadas ao longo de uma vereda retilínea e distando 1 m uma da outra. Ele enche seu regador numa fonte situada na mesma vereda, a 15 m da primeira roseira, e a cada viagem rega 3 roseiras. Começando e terminando na fonte, qual é o percurso total que ele terá que caminhar até regar todas as roseiras?

8) (UNIT) Numa estrada existem dois telefones instalados no acostamento: um no km 6 e outro no km 69. Deseja-se colocar mais 8 telefones entre eles, mantendo-se entre dois telefones consecutivos sempre a mesma distância. Det em quais marcos quilométricos deverão ficar esses novos telefones.

8) (ENEM) O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33.000 passagens; em fevereiro, 34.500; em março, 36.000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes. Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?
a) 38.000 b) 40.500 c) 41.000 d) 42.000 e) 48.000

10) (ENEM) Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo. A quantidade de canudos (C) de cada figura depende da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir:



Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados de cada figura?

- a) $C = 4Q$. b) $C = 3Q + 1$. c) $C = 4Q - 1$ d) $C = Q + 3$.
e) $C = 4Q - 2$.

11) (UFRJ) Felipe começa a escrever números naturais em uma folha de papel muito grande, uma linha após a outra, como mostrado a seguir:

```

1
2 3 4
3 4 5 6 7
4 5 6 7 8 9 10
5 6 7 8 9 10 11 12 13
6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
: : : : : : : : : : :

```

Considerando que Felipe mantenha o padrão adotado em todas as linhas:

a) determine quantos números naturais ele escreverá na 50ª linha.

b) determine a soma de todos os números escritos na 50ª linha.

12) (ENEM) As projeções para a produção de arroz no período de 2012-2021, em uma determinada região produtora, apontam para uma perspectiva de crescimento constante da produção anual. O quadro apresenta a quantidade de arroz, em toneladas, que será produzida nos primeiros anos desse período, de acordo com essa projeção.

Ano	Projeto da Produção (t)
2012	50,25
2013	51,50
2014	52,75
2015	54,00

A quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021 será **de a) 497,25. b) 500,85. c) 502,87. d) 558,75. e) 563,25**

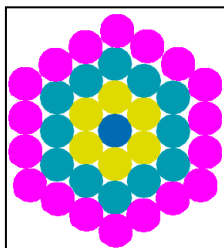
13) (UERJ) Duas empresas, A e B, farão doações mensais a uma creche. A tabela abaixo mostra os valores, em reais, dos depósitos iniciais, a serem realizados nos cinco primeiros meses de 2010.

Empresas	janeiro	fevereiro	março	abril	maio
A	12.000,00	11.400,00	10.800,00	10.200,00	9.600,00
B	300,00	600,00	900,00	1.200,00	1.500,00

A diferença entre os valores depositados pelas empresas entre dois meses subsequentes será mantida constante ao longo de um determinado período. Determine o mês e o ano desse período em que o valor mensal do depósito da empresa A será igual ao da empresa B.

14) (UERJ) Maurren Maggi foi a primeira brasileira a ganhar uma medalha olímpica de ouro na modalidade salto a distância. Em um treino, no qual saltou **n** vezes, a atleta obteve o seguinte desempenho: - todos os saltos de ordem ímpar foram válidos e os de ordem par, inválidos; - O primeiro salto atingiu a marca de 7,04m, o terceiro a marca de 7,07m e assim sucessivamente cada salto aumentou sua medida em 3cm. O último salto foi de ordem ímpar e atingiu a marca de 7,22m. Calcule **n**.

15) (UERJ) Moedas idênticas de 10 centavos de real foram arrumadas sobre uma mesa, obedecendo à disposição apresentada no desenho: uma moeda no centro e as demais formando camadas tangentes. Considerando que a última camada é composta por 84 moedas, calcule a quantia, em reais, do total de moedas usadas nessa arrumação.



16) (UERJ) Um jogo com dois participantes, A e B, obedece às seguintes regras:

- antes de A jogar uma moeda para o alto, B deve adivinhar a face que, ao cair, ficará voltada para cima, dizendo "cara" ou "coroa";
- quando B errar pela primeira vez, deverá escrever, em uma folha de papel, a sigla **UERJ** uma única vez; ao errar pela segunda vez, escreverá UERJUERJ, e assim sucessivamente;
- em seu enésimo erro, B escreverá n vezes a mesma sigla.

Veja o quadro que ilustra o jogo:

Ordem de erro	Letras escritas
1 ^o	UERJ
2 ^o	UERJUERJ
3 ^o	UERJUERJUERJ
4 ^o	UERJUERJUERJUERJ
.	.
.	.
.	.
n^o	UERJUERJUERJUERJ... UERJ

O jogo terminará quando o número total de letras escritas por B, do primeiro ao enésimo erro, for igual a dez vezes o número de letras escritas, considerando apenas o enésimo erro. Determine o número total de letras que foram escritas até o final do jogo.

17)(UERJ) Um fisioterapeuta elaborou o seguinte plano de treinos diários para o condicionamento de um maratonista que se recupera de uma contusão:

- primeiro dia - corrida de 6 km;
- dias subsequentes - acréscimo de 2 km à corrida de cada dia imediatamente anterior.

O último dia de treino será aquele em que o atleta correr 42 km. O total percorrido pelo atleta nesse treinamento, do primeiro ao último dia, em quilômetros, corresponde a:

- a) 414
d) 484

- b) 438

- c) 456

18)(UERJ) Admita a seguinte sequência numérica para o número natural n :

$$a_1 = \frac{1}{3} \quad \text{e} \quad a_n = a_{n-1} + 3$$

Sendo $2 \leq n \leq 10$, os dez elementos dessa sequência, em que $a_1 = \frac{1}{3}$ e $a_{10} = \frac{82}{3}$, são:

$$\left(\frac{1}{3}, \frac{10}{3}, \frac{19}{3}, \frac{28}{3}, \frac{37}{3}, a_6, a_7, a_8, a_9, \frac{82}{3} \right)$$

A média aritmética dos quatro últimos elementos dessa sequência é igual a:

- a) $\frac{128}{12}$ b) $\frac{137}{6}$ c) $\frac{219}{4}$ d) $\frac{657}{9}$

19) (UERJ) Uma farmácia recebeu 15 frascos de um remédio. De acordo com os rótulos, cada frasco contém 200 comprimidos, e cada comprimido tem massa igual a 20 mg.

Admita que um dos frascos contenha a quantidade indicada de comprimidos, mas que cada um destes comprimidos tenha 30 mg. Para identificar esse frasco, cujo rótulo está errado, são utilizados os seguintes procedimentos:

- numeram-se os frascos de 1 a 15;
- retira-se de cada frasco a quantidade de comprimidos correspondente à sua numeração;
- verifica-se, usando uma balança, que a massa total dos comprimidos retirados é igual a 2540 mg.

A numeração do frasco que contém os comprimidos mais pesados é:

- (A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15

20) (UERJ) Admita a realização de um campeonato de futebol no qual as advertências recebidas pelos atletas são representadas apenas por cartões amarelos. Esses cartões são convertidos em multas, de acordo com os seguintes critérios:

- os dois primeiros cartões recebidos não geram multas;
- o terceiro cartão gera multa de R\$ 500,00;
- os cartões seguintes geram multas cujos valores são sempre acrescidos de R\$ 500,00 em relação ao valor da multa anterior. Na tabela, indicam-se as multas relacionadas aos cinco primeiros cartões aplicados a um atleta. Considere um atleta que tenha recebido 13 cartões amarelos durante o campeonato. O valor total, em reais, das multas geradas por todos esses cartões equivale a:

Cartão amarelo recebido	Valor da multa (R\$)
1º	–
2º	–
3º	500
4º	1.000
5º	1.500

- (A) 30.000 (B) 33.000 (C) 36.000 (D) 39.000

21) (UNIT) Considere x a soma dos números naturais ímpares de 0 a 50. Considere y a soma dos números naturais pares de 0 a 50. O valor de $x - y$ é:

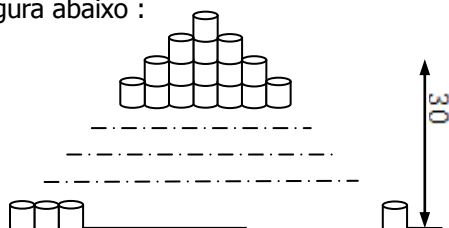
22) (UFRJ) Os números reais a, b, c e d formam, nessa ordem, uma progressão aritmética. Calcule o determinante da matriz $A = \begin{pmatrix} e^a & e^b \\ e^c & e^d \end{pmatrix}$.

23) (UERJ) Observe a tabela de Pitágoras:

3	4	5
6	8	10
9	12	15
12	16	20
:	:	:

Calcule a soma de todos os números desta tabela até a vigésima linha

24) (UERJ) Uma certa quantidade de lata de atum vai ser disposta em uma pilha de 30 camadas, conforme a figura abaixo :



LISTA III – PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

- 1) Det. o valor de x para que os números x , $3x + 2$ e $10x + 12$ formem, nessa ordem, uma PG .
- 2) Determine o primeiro termo de uma PG , sendo $a_6 = 96$ e $q = 2$.
- 3) Calcule a razão da PG em que $a_1 = 5$ e $a_4 = 135$.
- 4) Determine o número de termos da $PG(-1, -2, -4, \dots, -512)$
- 5) Numa PG , o 2º termo é 8 e o 5º termo é 512. Calcule o 1º termo.
- 6) Obtenha a soma dos seis primeiros termos da $PG(7, 14, \dots)$.
- 7) (UFF) A soma da série infinita $1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} + \dots$ é:
- 8) (IME) Uma bola é lançada, na vertical, de encontro ao solo, de uma altura h . Cada vez que bate no solo, ela sobe até a metade da altura que caiu. Determine a distância total percorrida pela bola em sua trajetória até atingir o repouso.
- 9) (UFF) Numa prog geométrica, temos que $a_7 = 20$ e $a_3 = 320$. A razão desta PG é :
- 10) (UFRJ) Uma progressão geométrica de 8 termos tem o primeiro termo igual a 10. O logaritmo decimal do produto de seus termos vale 36. Ache a razão da progressão.
- 11) Sejam $x = 1$ e $y = 0,999 \dots$ (dízima periódica). Quais das afirmações a seguir são verdadeiras?
 - $x < y$
 - $x > y$
 - $x = y$ Justifique rigorosamente sua resposta.
- 12) O lado de um triângulo equilátero mede 18cm. Unindo-se os pontos médios de seus lados, obtém um novo triângulo equilátero. Unindo-se os pontos médios dos lados do novo triângulo, obtém-se outro triângulo equilátero, e assim sucessivamente.
 - a) Determine a soma dos perímetros de todos os triângulos.
 - b) Determine a soma das áreas de todos os triângulos.

13)(UFF) Considere $S = (x - 1)^2 + \frac{1}{2} (x - 1)^2 + \frac{1}{4} (x - 1)^2 + \frac{1}{8} (x - 1)^2 + \dots$. Determine o(s) valor(es) de x que torna(m) $S = 2$.

14) (UFRRJ) Dada a sucessão $(2, 3, 4, 9, 6, 27, 8, 81, \dots)$, sabe-se que os termos de ordem par estão em PG e os termos de ordem ímpar estão em PA . A soma dos 20 primeiros termos da sucessão é:
(A) $40 + 3^{20}$ (B) 87.612 (C) $60 + 3^{20}$ (D) 88682 (E) $60 + 3^{11}$

15) Um menino propôs a seu pai que lhe desse R\$1,00 no dia 1º de dezembro e fosse, a cada dia, dobrando o valor da quantia diária, até o dia 24 de dezembro. No dia 25 de dezembro, ele daria ao pai, com o dinheiro acumulado, um presente de Natal. O pai aceitou a proposta, desde que o filho desse um presente que custasse o dobro da quantia que o filho recebesse no dia 24. Se o acordo entre os dois foi firmado, o menino dará ao pai um presente com exatamente, o seguinte valor:

a) metade do que receber b) o dobro do que receber c) toda a quantia recebida
d) Toda a quantia recebida mais R\$ 1,00 e) R\$ 10,00.

16) (UFRRJ) O valor de $\ln(x\sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[8]{x} \dots)$, $x > 0$ é:

(A) $2 \ln x$ (B) $\ln x$ (C) $\ln^2 x$ (D) $\ln\left(\frac{(x+1)}{2}\right)$ (E) $\ln\left(\frac{(3x)}{2}\right)$

18) (UFRJ) Que número deve ser somado aos números 3, 18 e 28 para que obtenhamos 3 números em progressão geométrica?

19) Prove que as dízimas abaixo são números racionais

a) 0,333.... b) 0,525252... c) 2, 4777...