Para Viver Juntos

9

Matemática

ENSINO FUNDAMENTAL 9º ano

Atividades complementares

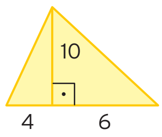
Samuel Casal

sm

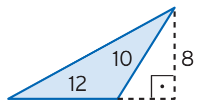
Área de figuras planas

1. Calcule as áreas das seguintes regiões.

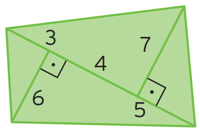
a)



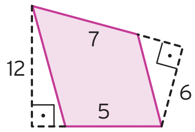
c)



b)



d)



2. Calcule o que é pedido em cada item.

a) A área de um quadrado de diagonal 12 cm.

b) A área de um triângulo equilátero de perímetro 24 cm.

c) O lado de um triângulo equilátero de área $9\sqrt{3}$ cm².

d) A área de um triângulo equilátero de altura 6 cm.

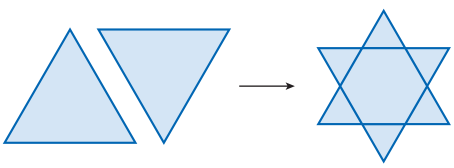
3. A prefeitura de Florlinda quer plantar flores em um terreno que tem a forma de um trapézio retângulo, de bases 4 m e 13 m e perímetro 44 m. Se couberem 10 flores em cada metro quadrado, quantas flores a prefeitura conseguirá plantar nesse canteiro?

4. Bernardo vai pintar um muro que tem 7,5 m de comprimento e 3 m de altura.

Mirella Spineli/ID/BR

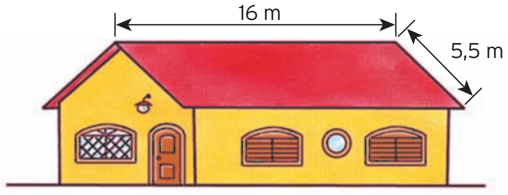
Sabendo que com uma lata de tinta é possível pintar 8 m² de parede, quantas latas de tinta, no mínimo, Bernardo terá de comprar?

5. Dois triângulos equiláteros são sobrepostos para formar uma estrela, como mostra a figura.



Se cada triângulo tem área 36 cm², determine a área da estrela.

6. Joana vai cobrir o telhado da casa dela, como mostra a figura a seguir.

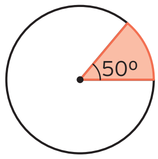


Paulo Borges/ID/BR

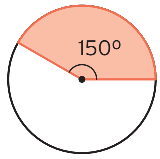
Calcule quantas telhas serão necessárias, sabendo que para cada metro quadrado são utilizadas 18 telhas.

7. Determine a área, em cm², de cada um dos setores circulares destacados em vermelho, sabendo que o raio de cada círculo é 12 cm.

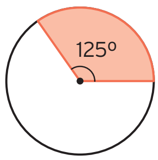
a)



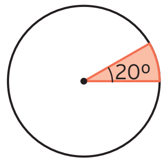
c)



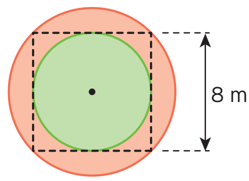
b)



d)



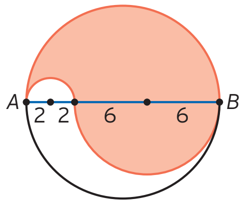
8. A parte verde do esquema a seguir representa um jardim de formato circular, e em volta dele uma calçada, formada por 2 circunferências concêntricas.



a) Qual é a largura da calçada?

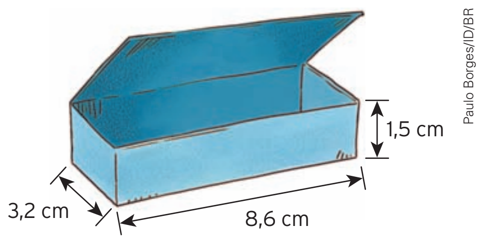
b) Qual é a área da calçada?

9. Os círculos e semicírculos mostrados na figura têm centros no diâmetro *AB* do círculo maior. Determine a área da região sombreada. Considere que os valores informados estão em centimetros.



Área total da superfície de um sólido

10. Cíntia montou uma caixa de papel-cartão para embalar um presente. A figura mostra as medidas dessa caixa.

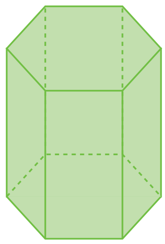


Quantos centímetros quadrados de papel-cartão Cíntia usou para montar essa caixa?

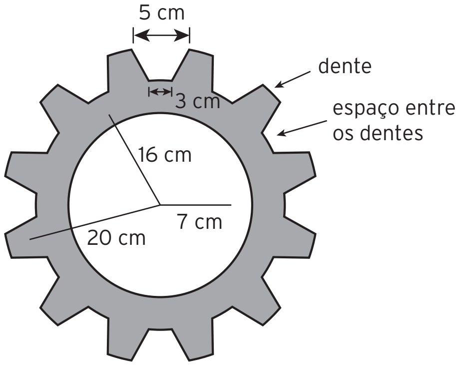
11. Gisele tem uma caixinha em forma de cubo com aresta igual a 9 cm. Ela deseja cobri-la com um papel adesivo colorido retangular de dimensões 20 cm por 24 cm.

Esse papel será suficiente para cobrir totalmente a parte externa dessa caixinha?

12. Determine a área total de superfície do prisma a seguir, sabendo que sua altura tem 9 cm e que sua base é um hexágono regular de lado 4 cm.



13. Abaixo, tem-se a vista frontal de uma engrenagem e suas dimensões.

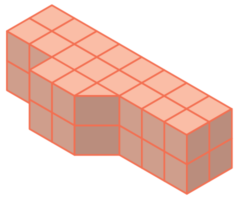


Determine a área da vista frontal da engrenagem, considerando que o espaço entre os dentes tem um formato trapezoidal.

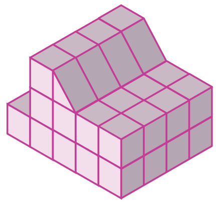
Volume de um sólido

14. Adote o cubo unitário como unidade de volume para calcular o volume do bloco de cada item.

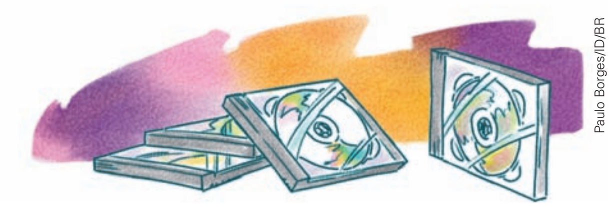
a)



b)



15. Considere uma caixinha de CD com dimensões 12,5 cm, 14 cm e 1 cm.



Quantas dessas caixinhas de CD são necessárias para obter uma pilha com 3,5 dm^3 de volume?

16. Uma caixinha de suco de goiaba tem comprimento, largura e altura iguais a 12 cm, 4,5 cm e 3,7 cm. Qual é o volume dessa caixinha?

17. Os principais rios de grande porte do Brasil possuem barragens que auxiliam principalmente na geração de energia, no controle de cheias, no acúmulo de água para irrigação e consumo e no transporte fluvial. Junto às barragens, são construídas eclusas que funcionam como elevadores de barcos e navios e que ajudam na transposição do desnível gerado pela construção da barragem. A sequência de figuras a seguir ilustra um barco utilizando uma eclusa para chegar a um nível mais baixo.

Figura 1: A câmara *C* é alimentada pela tubulação 1 para que fique no mesmo nível que o barco, posicionado no ponto *M*.

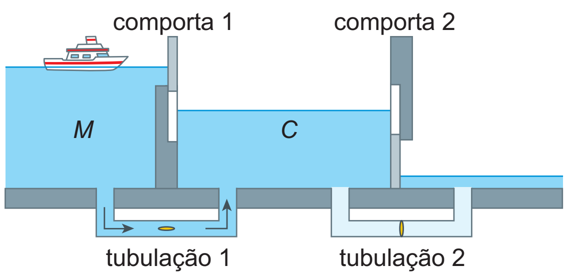


Figura 2: Quando o nível na câmara *C* é o mesmo que o do ponto *M*, a tubulação 1 é fechada e a comporta 1 é aberta para a passagem do navio.

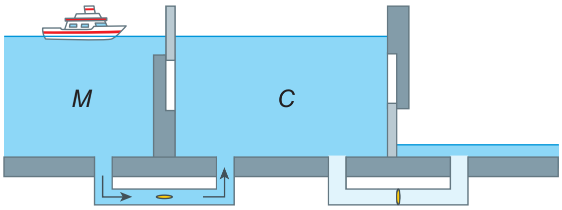


Figura 3: O barco passa para a câmara *C*.

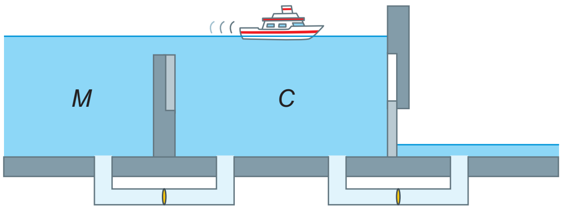


Figura 4: A comporta 1 é fechada e a tubulação 2 é aberta para esvaziar a câmara *C*, para que seu nível de água diminua.

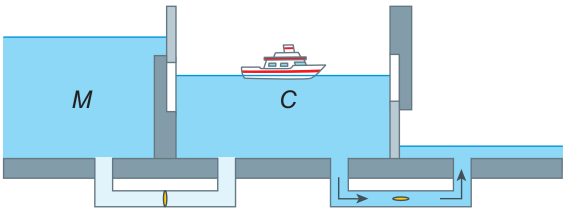


Figura 5: Quando a câmara *C* atinge o menor nível, a tubulação 2 é fechada.

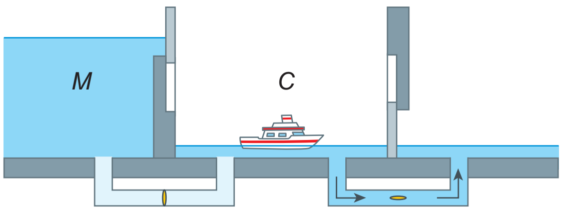
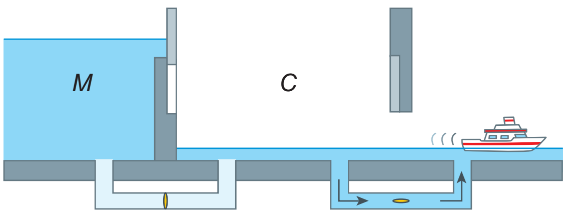


Figura 6: Em seguida, a comporta 2 é aberta e o barco continua a viagem.



A Usina Hidrelétrica de Tucuruí, construída no rio Tocantins, no estado do Pará, é uma das maiores usinas do Brasil. Essa barragem tem duas eclusas, cada uma com 210 m de comprimento e 33 m de largura. Determine o volume de água necessário para encher as duas eclusas, considerando que a variação do nível da água acima e abaixo da barragem é 70 m.

18. As lâmpadas fluorescentes são feitas de tubos preenchidos com um gás que, sob uma tensão elétrica, é ionizado e emite radiação ultravioleta. A radiação emitida sobre um pó branco, à base de fósforo, colocado nas paredes do tubo emite luz visível.

Determine o volume de gás contido em uma lâmpada em formato de um tubo com 1149 mm de comprimento e 16 mm de diâmetro.

19. Para a construção de uma barragem foi feito um canal para desviar o rio. O canal foi construído escavando a terra de uma montanha. O canal escavado tem o aspecto da fotografia abaixo.

David H. Seymour/Shutterstock.com

O canal tem 1,5 km de comprimento e 30 m de largura.

a) Se a montanha tem 50 m de altura, qual foi o volume de terra escavado?

b) A terra escavada será removida por caminhões basculantes, como o da fotografia abaixo.

Rob Wilson/Shutterstock.com

Se cada caminhão tem capacidade para retirar 30 m³ de terra, quantas viagens de caminhões basculantes serão necessárias para remover toda a terra escavada?

20. Um lenhador divide o caule de uma árvore, com 10 cm de diâmetro, em pedaços de 20 cm de comprimento. Por causa da sua habilidade, o lenhador consegue cortar cada pedaço exatamente ao meio.

IDAL/Shutterstock.com

a) Determine o volume de cada pedaço da lenha partida.

b) Calcule a área externa de cada pedaço de lenha.

21. Um fazendeiro construiu um reservatório cilíndrico de água em sua fazenda. A água é utilizada para consumo dos moradores e dos trabalhadores da fazenda, bem como para irrigação. O reservatório tem 15 m de altura e 6 m de diâmetro. Na fazenda, há 15 pessoas, entre familiares e funcionários.

Se cada pessoa consome, diariamente, uma média de 100 litros de água e são necessários 6 000 litros de água, diariamente, para irrigar a lavoura, por quantos dias o reservatório pode abastecer a fazenda sem que a água seja reposta?

Para Viver Juntos

9

Matemática

ENSINO FUNDAMENTAL 9º ano

Resolução comentada

Samuel Casal

Este material é um complemento da obra **Matemática 9 – Para Viver Juntos**. Reprodução permitida somente para uso escolar. Venda proibida.

Área de figuras planas

1. a) $A = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{(4 + 6) \cdot 10}{2} = 50$

b) $A_1 = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{(3 + 4 + 5) \cdot 6}{2} = 36$

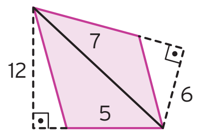
$A_2 = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{(3 + 4 + 5) \cdot 7}{2} = 42$

Então, a área da figura é:

$A_1 + A_1 = 36 + 42 = 78$

c) $A = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{12 \cdot 8}{2} = 48$

d) Para obter a área da figura, dividimos a figura inicial em dois triângulos.



$A_1 = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{5 \cdot 12}{2} = 30$

$A_2 = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{7 \cdot 6}{2} = 21$

Então, a área da figura é:

$A_1 + A_2 = 30 + 21 = 51$

2. a) $d = l\sqrt{2} \Rightarrow l = \dfrac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$

A área do quadrado será:

$A = l^2 = (6\sqrt{2})^2 = 72$

Logo, o quadrado tem 72 cm^2 de área.

b) Como o triângulo é equilátero, o seu lado é $\dfrac{24}{3}$, ou seja, 8 cm.

Pela fórmula de área de um triângulo equilátero, temos:

$A = \dfrac{(l^2\sqrt{3})}{4} = \dfrac{8^2\sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}$

Portanto, a área do triângulo equilátero é $16\sqrt{3}$ cm^2.

c) $A = \dfrac{(l^2\sqrt{3})}{4} = 9\sqrt{3}$

$l^2\sqrt{3} = 36\sqrt{3} \Rightarrow l^2 = 36$

$l = \sqrt{36} = 6$

Logo, o lado desse triângulo equilátero mede 6 cm.

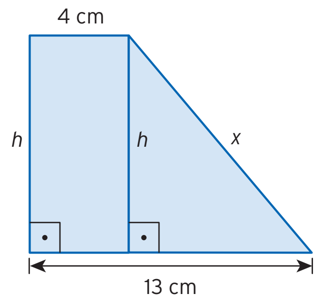
d) $h = \dfrac{l\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 6 = \dfrac{l\sqrt{3}}{2}$

$l\sqrt{3} = 12 \Rightarrow l = 4\sqrt{3}$

$A = \dfrac{(l^2\sqrt{3})}{4} = \dfrac{(4\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 12\sqrt{3}$

Portanto, a área do triângulo equilátero é $12\sqrt{3}$ cm^2.

3. Vamos determinar primeiro a área do terreno. Para isso, precisamos determinar a altura do trapézio, como ilustra a figura a seguir.



$x = 44 - 13 - 4 - h = 27 - h$

$x^2 = h^2 + 9^2 \Rightarrow (27 - h)^2 = h^2 + 81 \Rightarrow$

$\Rightarrow 729 - 54h + h^2 = h^2 + 81 \Rightarrow 54h = 648 \Rightarrow$

$\Rightarrow h = 12$

Então, a altura do trapézio retângulo é 12 cm. Logo, a área do trapézio será:

$A = \dfrac{(13 + 4)12}{2} = 102$

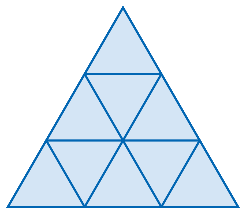
O terreno tem 102 m^2. Como cabem 10 flores em cada metro quadrado, a quantidade de flores que a prefeitura conseguirá plantar nesse terreno será 1020 flores.

4. Primeiro, vamos determinar a área desse muro:

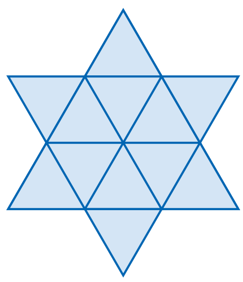
$A = 7{,}5 \cdot 3 = 22{,}5$

O muro tem 22,5 m^2 de área. Agora, se dividirmos por 8 m^2, vamos obter a quantidade de latas para pintar o muro, ou seja, aproximadamente 2,8 latas. Como as latas de tinta não são vendidas divididas em partes menores, será necessário que Bernardo compre no mínimo 3 latas de tinta para pintar todo o muro.

5. Cada triângulo equilátero pode ser dividido em 9 triângulos congruentes, com 4 cm^2 cada um.



Juntando os dois triângulos maiores, temos 12 triângulos menores no total.



$A = 12 \cdot 4 = 48$

Portanto, a estrela terá 48 cm^2 de área.

6. Verificamos que o telhado é composto de duas partes retangulares de 16 m por 5,5 m:

$A = 2 \cdot 16 \cdot 5{,}5 = 176$

Então, o telhado inteiro tem 176 m² e a quantidade de telhas será $176 \cdot 18 = 3168$, ou seja, serão necessárias 3168 telhas para Joana cobrir sua casa.

7. a) $A_{setor} = \dfrac{\alpha}{360^o} \cdot \pi r^2 = \dfrac{50^o}{360^o} \cdot \pi \cdot 12^2 = 20\pi$

A área desse setor circular é 20π cm².

b) $A_{setor} = \dfrac{\alpha}{360^o} \cdot \pi r^2 = \dfrac{125^o}{360^o} \cdot \pi \cdot 12^2 = 50\pi$

A área desse setor circular é 50π cm².

c) $A_{setor} = \dfrac{\alpha}{360^o} \cdot \pi r^2 = \dfrac{150^o}{360^o} \cdot \pi \cdot 12^2 = 60\pi$

A área desse setor circular é 60π cm².

d) $A_{setor} = \dfrac{\alpha}{360^o} \cdot \pi r^2 = \dfrac{20^o}{360^o} \cdot \pi \cdot 12^2 = 8\pi$

A área desse setor circular é 8π cm².

8. a) Para determinar o raio da circunferência maior, podemos observar que será a metade da diagonal do quadrado inscrito nela, ou seja, $R = \dfrac{8\sqrt{2}}{2}$ m $= 4\sqrt{2}$ m.

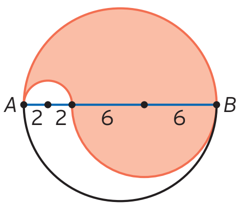
A largura da calçada será $R - r$, em que $R = 4\sqrt{2}$ m e $r = 4$ m. Logo, a largura da calçada é $4\left(\sqrt{2} - 1\right)$ m.

b) $A_{calçada} = A_{total} - A_{jardim} =$

$= \pi R^2 - \pi r^2 = \pi\left(\left(4\sqrt{2}\right)^2 - 4^2\right) = 16\pi$

Então, a área da calçada é 16π m².

9.



$A = \dfrac{\pi \cdot 8^2}{2} - \dfrac{\pi \cdot 2^2}{2} + \dfrac{\pi \cdot 6^2}{2} =$

$= 32\pi - 2\pi + 18\pi = 48\pi$

Portanto, a área da região sombreada é 48π cm².

Área total da superfície de um sólido

10. A caixa tem 6 faces retangulares. Consideraremos que faces opostas sejam iguais.

$A_{superfície} = 2(1{,}5 \cdot 3{,}2) + 2(8{,}6 \cdot 3{,}2) + 2(8{,}6 \cdot 1{,}5)$

$A_{superfície} = 9{,}6 + 55{,}04 + 25{,}8 = 90{,}44$

Cíntia usou 90,44 cm² de papel-cartão para montar a caixa.

11. Como um cubo tem 6 faces quadradas idênticas, a área total do cubo pode ser calculada por:

$A_{superfície} = 6(9 \cdot 9) = 486$

A área da superfície do cubo é 486 cm².

$A_{papel\ adesivo} = 20 \cdot 24 = 480$

O papel tem 480 cm² de área, ou seja, é menor do que a área da superfície do cubo. Logo, Gisele não conseguirá cobrir o cubo todo com o papel adesivo que tem.

12. Esse prisma é composto de 6 faces retangulares de 4 cm por 9 cm e 2 faces são hexágonos regulares de lado 4 cm.

$A_{superfície} = 6\left(A_{face\ retangular}\right) + 2\left(A_{face\ hexagonal}\right) =$

$= 6(4 \cdot 9) + 2 \cdot \dfrac{\left(3 \cdot 4^2\sqrt{3}\right)}{2} = 216 + 48\sqrt{3}$

A área da superfície do prisma é:

$\left(216 + 48\sqrt{3}\right)$ cm²

13. A área vazia correspondente ao espaço entre 2 dentes consecutivos, A_{dentes}, que pode ser calculada por:

$A_{dentes} = \dfrac{(B + b)h}{2} = \dfrac{(5 + 3) \cdot (20 - 16)}{2} =$

$= \dfrac{8 \cdot 4}{2} = 16$

Como há 12 espaços, a área total externa $A_{externa}$ será dada por:

$A_{externa} = 12 \cdot A_{dentes} = 12 \cdot 16 = 192$

A área frontal da engrenagem, $A_{frontal}$, é a área de um círculo de 20 cm de raio menos a área total externa, já calculada, menos a área interna, $A_{interna}$, que corresponde à área do círculo de 7 cm de raio.

$A_{frontal} = \pi \cdot 20^2 - 192 - \pi \cdot 7^2$

Tomando $\pi = 3{,}14$, temos:

$A_{frontal} = 910{,}14$

Portanto, a área frontal da engrenagem é 910,14 cm².

Volume de um sólido

14. a) Há 2 cubos que estão divididos pela metade e juntos dão um cubo e outros 36 cubos inteiros. Portanto, a figura tem 37 unidades de volume.

b) Há 4 cubos que estão divididos pela metade e juntos somam dois cubos, e outros 40 cubos inteiros. Portanto, a figura tem 42 unidades de volume.

15. 12,5 cm = 1,25 dm

14 cm = 1,4 dm

1 cm = 0,1 dm

$V_{unitário} = 1{,}25 \cdot 1{,}4 \cdot 0{,}1 = 0{,}175\ dm^3$

$$\frac{V_{total}}{V_{unitário}} = \frac{3{,}5}{0{,}175} = 20$$

Portanto, temos de empilhar 20 dessas caixinhas de CD para obter uma pilha com 3,5 dm³ de volume.

16. $V = 12 \cdot 4{,}5 \cdot 3{,}7 = 199{,}8$

A caixinha de suco de goiaba tem 199,8 cm³ de volume.

17. $V = 210 \cdot 33 \cdot 70 \cdot 2$

O volume necessário para encher duas eclusas é 970 200 m³.

18. $V = \pi R^2 H$

Considerando $\pi = 3{,}14$, temos:

$V = 3{,}14 \cdot 8^2 \cdot 1149 = 230\,903{,}04$

O volume de gás contido na lâmpada é 203 903,04 mm³.

19. a) $V = 1500 \cdot 30 \cdot 50 = 2\,250\,000$

Foram escavados 2 250 000 m³ de terra.

b) Se x corresponde ao número de viagens de caminhões, temos:

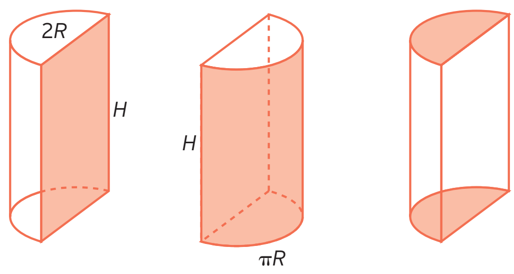
$$x = \frac{2\,250\,000}{30} = 75\,000$$

Portanto, seriam necessárias 75 000 viagens para remover toda a terra.

20. a) $V = \dfrac{\pi \cdot R^2 \cdot H}{2} = \dfrac{3{,}14 \cdot 5^2 \cdot 20}{2} = 785$

O volume de cada pedaço de lenha partida é 785 cm³.

b) A figura abaixo destaca, em laranja, as partes que são necessárias calcular para se obter a área da superfície do pedaço de lenha partida.



$$A = 2RH + \pi RH + 2 \cdot \frac{\pi R^2}{2} =$$

$= 2 \cdot 5 \cdot 20 + 3{,}14 \cdot 5 \cdot 20 + 3{,}14 \cdot 5^2 =$

$= 592{,}5$

A área externa de cada pedaço de lenha é 592,5 cm².

21. $V_{reservatório} = \pi R^2 H = 3{,}14 \cdot 3^2 \cdot 15 = 423{,}9$

O volume do reservatório é 423,9 m³, ou seja, 423 900 litros.

Consumo de água diário:

$C = 15 \cdot 100 + 6\,000 = 7\,500$

O consumo diário total de água é 7 500 litros.

$$\text{tempo de duração da água} = \frac{V_{reservatório}}{\text{consumo diário}}$$

$$x = \frac{423\,900}{7\,500} = 56{,}5$$

O reservatório pode abastecer a fazenda por 56,5 dias sem que a água seja reposta.