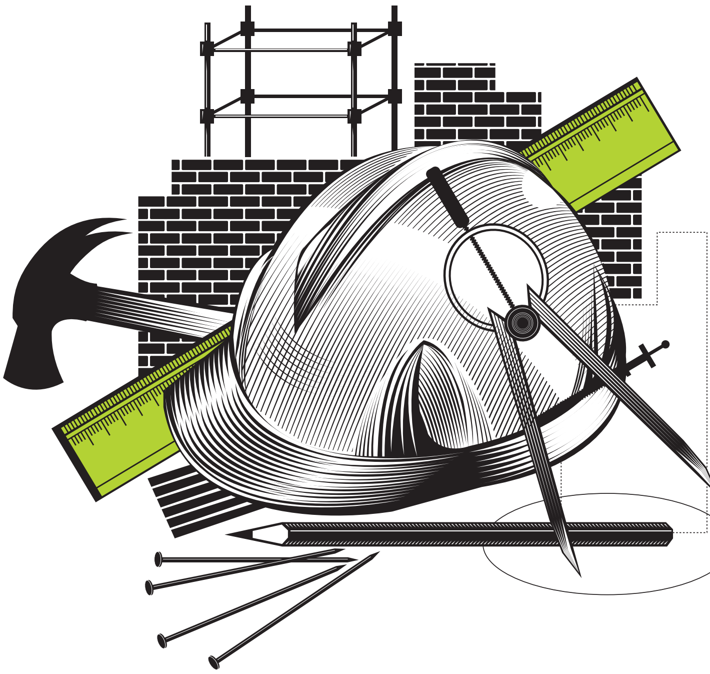
Para Viver Juntos

9 Matemática

ENSINO FUNDAMENTAL 9º ano

Atividades complementares



Samuel Casal

SM

Princípio fundamental da contagem

1. Um rapaz tem as seguintes peças de roupa em seu guarda-roupa:


caldix/Shutterstock.com

4 calças


Jiri Hera/Shutterstock.com

6 camisetas

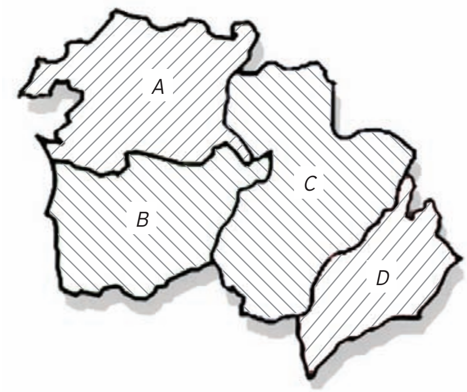
Para se vestir, ele pode escolher uma calça e uma camiseta.

a) Se o rapaz utilizar a calça mais clara, de quantas formas diferentes ele pode se vestir?

b) Se o rapaz utilizar a camiseta branca, de quantas formas diferentes ele pode se vestir?

c) De quantas maneiras diferentes o rapaz pode se vestir escolhendo uma calça e uma camiseta?

2. Cada região do mapa abaixo deverá ser pintada com uma entre 3 cores disponíveis, de modo que 2 regiões que façam fronteira não sejam pintadas da mesma cor.



Verifique de quantas maneiras diferentes o mapa poderá ser colorido.

3. Quando um cliente de um banco recebe um cartão de débito, ele deve cadastrar uma senha com 5 dígitos pela internet, de modo que o primeiro dígito seja sempre uma letra das 26 presentes no alfabeto, e os outros quatro devem ser algarismos numéricos. Quantas senhas diferentes esse cliente pode cadastrar?

4. Quantos números de 3 algarismos distintos podem-se formar com os algarismos do nosso sistema de numeração?

5. Para acessar uma conta de *email*, um usuário deve cadastrar e digitar uma senha com no mínimo 3 e no máximo 8 dígitos. Se o usuário não digitar os 8 dígitos, o sistema entenderá como 0 os dígitos faltantes.

a) Quantas senhas é possível cadastrar utilizando apenas algarismos numéricos?

b) Quantas senhas é possível cadastrar utilizando letras e algarismos numéricos?

6. Uma garota tem os seguintes conjuntos de biquínis para ir à praia:


Wildstyl/Shutterstock.com

Os biquínis são compostos de uma parte de cima e de uma parte de baixo. Em seu país, está na moda utilizar a parte de cima com a cor diferente da parte de baixo.

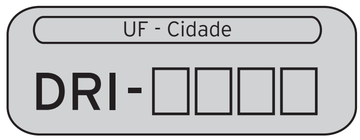
a) Se a garota não gostar de misturar cores, de quantas maneiras diferentes ela poderá ir à praia?

b) Se para a garota não faz diferença ir com as peças da mesma cor ou com as cores misturadas, de quantas maneiras diferentes ela poderá ir à praia?

c) Se a garota só utilizar biquínis com as cores misturadas, de quantas maneiras diferentes ela poderá ir à praia?

7. Em uma festa de formatura havia 170 formandos, sendo 80 meninos e 90 meninas. Para dançar a valsa dos formandos, quantos casais diferentes de um menino e uma menina poderiam ser formados?

8. No Brasil, as placas de identificação dos carros são emitidas pelo Detran de cada estado da federação. Quando Adriana comprou seu primeiro carro, ela informou ao despachante que gostaria de emplacar o automóvel com uma placa que tivesse as letras DRI, nessa ordem.



Supondo que nenhuma placa com esse código tivesse sido emitida e que placas com os algarismos numéricos – 0000 – não foram emitidas, qual teria sido quantidade de possibilidades de combinações de placas?

9. Uma prova de atletismo é disputada por 20 corredores, 3 deles brasileiros. O pódio dessa corrida é formado pelos 3 primeiros colocados, não havendo possibilidade de empate.

a) Quantas possibilidades diferentes existem para formar o pódio dessa corrida?

b) Em quantas dessas possibilidades o pódio é formado por 3 brasileiros?

c) Em quantas dessas possibilidades o pódio não tem nenhum brasileiro?

d) Em quantas dessas possibilidades o pódio é formado por pelo menos um brasileiro?

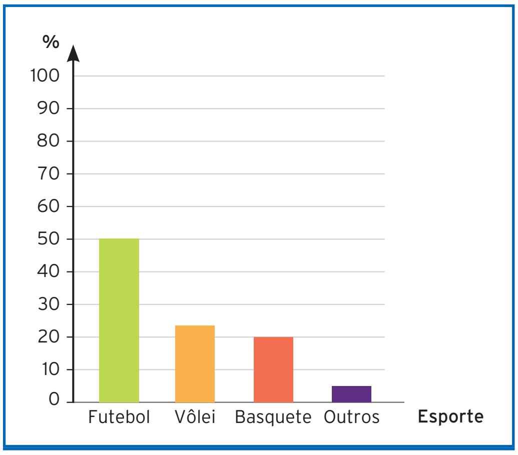
10. Geórgia colocou uma senha em seu computador composta de 2 letras distintas seguidas de 2 algarismos, que podem ser repetidos. Dias depois, ela esqueceu completamente a senha, e resolveu ir fazendo tentativas até encontrá-la.

a) Quantas tentativas, no máximo, Geórgia terá de fazer?

b) Se ela gastar 3 segundos em cada tentativa, e trabalhar sem nenhuma interrupção, quantos dias ela poderá levar para concluir sua tarefa?

Probabilidade

11. Em uma escola foi feita uma pesquisa em que os alunos deveriam indicar seu esporte preferido. As porcentagens de preferência por atividade estão representadas no gráfico abaixo.



a) Se a escola tem 1200 alunos e todos participaram da pesquisa, quantos alunos têm o basquete como esporte preferido?

b) Escolhendo um aluno ao acaso, qual é a probabilidade de esse aluno ter o vôlei como esporte preferido?

12. Um dado comum não viciado é lançado 2 vezes. Calcule a probabilidade do evento enunciado em cada item.

a) Os 2 números obtidos serem iguais.

b) Os 2 números obtidos serem diferentes.

c) A soma dos números obtidos ser igual a 6.

d) O produto dos números obtidos ser um número par.

e) O primeiro número obtido ser maior do que o segundo.

f) Ser obtido um número maior do que 4 em pelo menos um dos lançamentos.

13. As bolas da figura foram colocadas em um saco, de modo que não fosse possível vê-las. Uma pessoa vai retirar uma bola ao acaso.

kilukilu/Shutterstock.com

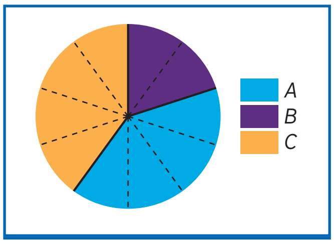
a) Qual é a probabilidade de retirar uma bola com número par?

b) Qual é a probabilidade de retirar uma bola com número maior do que oito?

c) Qual é a probabilidade de retirar uma bola com número maior do que ou igual a um?

14. Durante uma promoção de um *shopping center*, João ganhou 5 cupons para concorrer a um carro e Tomás ganhou 20. Os cupons foram preenchidos e colocados em uma urna. Sabendo que nessa urna havia 5 000 cupons e que seria sorteado apenas um, calcule as probabilidades de João e de Tomás ganharem o carro.

15. Em uma pesquisa com o público feminino, foram apresentados três tipos de fragrância: *A*, *B* e *C*. Cada uma das mulheres pesquisadas indicou a fragrância preferida. O resultado obtido foi representado no gráfico de setores a seguir, o qual está divido em partes iguais.

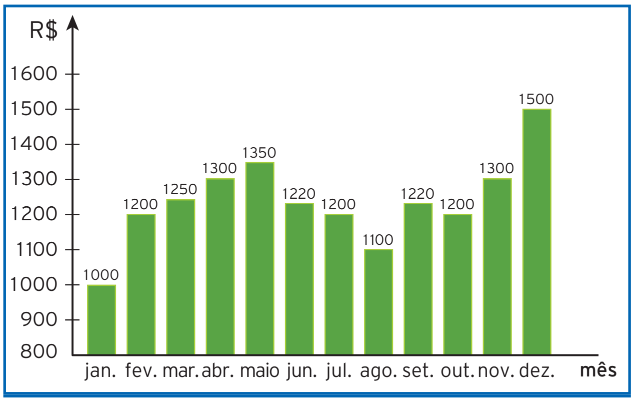


a) Se 200 mulheres indicaram preferência pela fragrância *B*, quantas indicaram preferência pela fragrância *A*?

b) Escolhendo uma das entrevistadas ao acaso, qual é a probabilidade de escolher uma mulher que tenha preferência pela fragrância *C*?

16. A probabilidade de ocorrência de um evento é x e a de seu complementar é $4x - 1$. Determine o valor de x.

17. O gráfico abaixo indica os valores da conta de água de determinada empresa.



a) Em quantos meses o gasto foi maior do que R$ 1250,00?

b) Escolhendo um dos meses ao acaso, qual é a probabilidade de nesse mês terem sido consumidos R$ 1300,00 ou mais?

18. Dois alunos de uma classe formada por 10 moças e 10 rapazes serão sorteados pela professora de Português para ganhar um livro. O primeiro ganhará *Dom Casmurro*, e o segundo, *Memórias Póstumas de Brás Cubas*, ambos de Machado de Assis.

a) Calcule a probabilidade de que Vitória, uma das alunas, ganhe o livro Dom Casmurro.

b) Calcule a probabilidade de que Álvaro, um dos alunos, ganhe o primeiro livro e de que Paulo, outro aluno, ganhe o segundo livro.

c) Determine a probabilidade de que duas moças sejam sorteadas.

19. Um grupo de cinco amigos foi acampar na praia, entre eles havia três mulheres e dois homens.

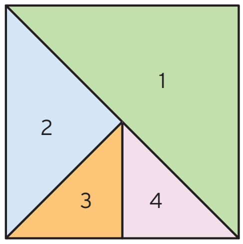
A cada dia, uma pessoa é sorteada para fazer as refeições. Quando uma pessoa é escolhida pelo sorteio, ela não poderá ser escolhida novamente até que todos tenham sido escolhidos.

a) Qual é a probabilidade de um homem ser sorteado no primeiro dia para fazer as refeições?

b) Qual é a probabilidade de uma mulher ser sorteada no primeiro dia para fazer as refeições?

c) Se no primeiro dia um homem foi sorteado, qual é a probabilidade de uma mulher ser sorteada no segundo dia?

20. Jorge plantou 4 tipos de gramas no jardim atrás da sua casa. A figura a seguir mostra como o terreno foi dividido para o plantio de cada tipo de grama.



Toda manhã, Jorge solta o seu cachorro, o Sushi, no jardim para fazer as suas necessidades. Qual é a probabilidade de o Sushi fazer as suas necessidades sobre a grama do tipo 4?

21. Uma transportadora comunicou a um de seus clientes que sua encomenda chegaria na próxima semana, no máximo até sexta-feira, e enviou a tabela abaixo indicando as probabilidades de esse cliente receber a mercadoria em cada dia.

Dia	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
Probabilidade	5%	10%	15%	25%	

A probabilidade de que a encomenda chegue na sexta-feira saiu ilegível no fax. Com base nos outros dados, calcule esse valor.

Para Viver Juntos

9 Matemática

ENSINO FUNDAMENTAL 9º ano

Resolução comentada

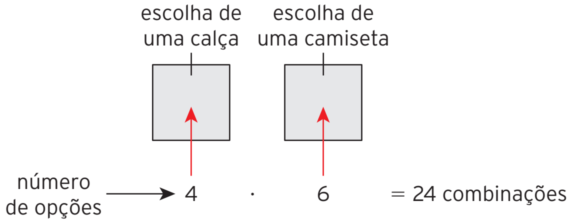
Samuel Casal

Princípio fundamental da contagem

1. a) Utilizando a calça mais clara, o rapaz poderá variar apenas a cor da camiseta. Portanto, ele pode se vestir de 6 formas diferentes.

b) Utilizando a camiseta branca, o rapaz poderá variar apenas a cor da calça. Portanto, ele pode se vestir de 4 formas diferentes.

c) Com 4 calças e 6 camisetas ele poderá se vestir de $4 \cdot 6 = 24$ formas diferentes.

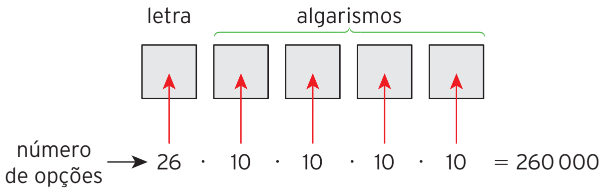


2. Para a região *A* temos 3 possibilidades de cores, na região *B* temos 2 possibilidades, pois faz fronteira com *A* e não pode usar a cor utilizada em *A*. Na região *C* temos apenas uma possibilidade, pois *C* faz fronteira com *A* e *B* e, por fim, a região *D* tem 2 possibilidades, pois faz fronteira somente com *C*; logo:

$$3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 = 12$$

Portanto, há 12 maneiras diferentes para pintar o mapa.

3. Como pode ser visto no esquema a seguir, há 260 000 senhas possíveis que esse cliente pode escolher para cadastrar no seu cartão.



4. Como o número é formado por três algarismos distintos e, como o primeiro algarismo não pode ser zero, temos a seguinte combinação:

1º algarismo: 9 possibilidades (de 1 a 9)

2º algarismo: 9 possibilidades (de 0 a 9, com exceção do número usado como 1º algarismo)

3º algarismo: 8 possibilidades (de 0 a 9, com exceção dos números usados como 1º e 2º algarismos)

$9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$

Portanto, há 648 números que podem ser formados com três algarismos distintos no nosso sistema de numeração.

5. a) Para cada dígito da senha há 10 possibilidades diferentes (de 0 a 9).

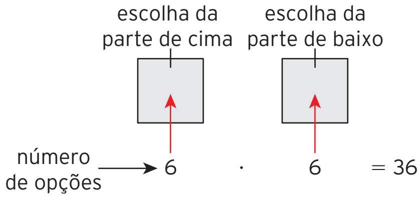
$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^8$, ou seja, 100 000 000 senhas

b) Para cada dígito da senha há 36 possibilidades diferentes (de 0 a 9 e de *a* a *z*).

$36 \cdot 36 \cdot 36 \cdot 36 \cdot 36 \cdot 36 \cdot 36 \cdot 36 = 36^8$, ou seja, 2 821 109 907 460 senhas

6. a) Há 6 conjuntos de biquínis. Se não houver mistura das partes, a garota poderá ir de 6 formas diferentes à praia.

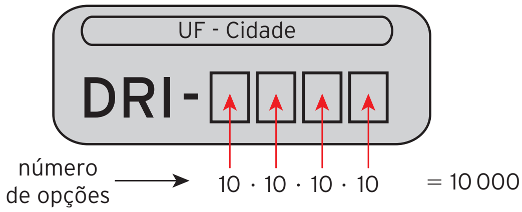
b) 36 formas diferentes.



c) Se a garota somente utilizar o biquíni com as cores misturadas, o número de combinações será o número total de combinações (36) menos as possibilidades de utilizar apenas uma cor (6). Portanto, há 30 combinações diferentes para usar o biquíni com as cores misturadas.

7. Deve-se multiplicar as possibilidades, ou seja, $90 \cdot 80 = 7\,200$ possibilidades de casais.

8. Podem ser formadas 10 000 combinações com os algarismos numéricos. Como a combinação – 0000 – não pode ser formada, haveria 9 999 combinações diferentes.



9. a) Deve-se multiplicar as possibilidades do pódio:

1º lugar = 20 possibilidades

2º lugar = 19 possibilidades

3º lugar = 18 possibilidades

$20 \cdot 19 \cdot 18 = 6\,840$

Há 6 840 possibilidades de formação do pódio dessa corrida.

b) 1º lugar = 3 possibilidades

2º lugar = 2 possibilidades

3º lugar = 1 possibilidade

$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

Há 6 possibilidades de formação do pódio dessa corrida com 3 brasileiros.

c) 1º lugar = 17 possibilidades

2º lugar = 16 possibilidades

3º lugar = 15 possibilidades

$17 \cdot 16 \cdot 15 = 4\,080$

Há 4 080 possibilidades de formação do pódio sem brasileiros.

d) Deve-se multiplicar as possibilidades do pódio em cada caso e depois adicioná-las.

Consideramos que cada caso é uma opção de quantidade de brasileiros no pódio.

Obs.: em cada caso há uma multiplicação por 3 para que seja levada em consideração as posições em que cada corredor brasileiro se encontra no pódio.

1º caso: 3 brasileiros no pódio

1º lugar = 3 possibilidades

2º lugar = 2 possibilidades

3º lugar = 1 possibilidade

$3 \cdot (3 \cdot 2 \cdot 1) = 18$

2º caso: 2 brasileiros no pódio

1º lugar = 3 possibilidades

2º lugar = 2 possibilidades

3º lugar = 17 possibilidades

$3 \cdot (3 \cdot 2 \cdot 17) = 306$

3º caso: 1 brasileiro no pódio

1º lugar = 3 possibilidades

2º lugar = 17 possibilidades

3º lugar = 16 possibilidades

$3 \cdot (3 \cdot 17 \cdot 16) = 2\,448$

$18 + 306 + 2\,448 = 2\,772$

Logo, há 2 772 possibilidades de formação do pódio com pelo menos um brasileiro.

10. a) $26 \cdot 25 \cdot 10 \cdot 10 = 65\,000$

b) Primeiro, vamos determinar o tempo total gasto para realizar todas as tentativas e depois converter para minutos, horas e dias:

65 000 tentativas · 3 s/tentativa =
= 195 000 s = 3 250 min = 54 h e 10 min =
= 2 dias, 6 horas e 10 minutos

Probabilidade

11. a) Se 1200 alunos participaram da pesquisa, e 20% dos alunos elegeram o basquete como esporte preferido, então:

$\frac{20}{100} \cdot 1200 = 240$

Portanto, 240 alunos têm o basquete como esporte preferido.

b) Essa informação pode ser extraída diretamente do gráfico. Ao escolher um aluno ao acaso, a probabilidade de ele ter o vôlei como esporte preferido é 25%.

12. a) Há 6 combinações favoráveis de 36 possíveis:

$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

Logo, a probabilidade será $\frac{1}{6}$.

b) Será o complemento do item anterior:

$1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$.

Portanto, a probabilidade será $\frac{5}{6}$.

c) Combinações favoráveis: (1, 5); (2, 4); (3, 3); (4, 2) e (5, 1) = 5.

Como há um total de 36 possibilidades, a probabilidade será $\frac{5}{36}$.

d) Há apenas 9 combinações em que o produto dos números obtidos seja ímpar; essas combinações ocorrem quando os dois números obtidos são ímpares. Logo, $36 - 9 = 27$, que são as combinações favoráveis de 36 possíveis; portanto a probabilidade de o produto dos números obtidos pelos dados ser par é $\frac{27}{36} = \frac{3}{4}$.

e) Podemos dividir em 6 casos, levando em consideração o primeiro número obtido no dado. Então, temos:

1º Se o número 1 foi obtido no primeiro lançamento, temos 5 combinações favoráveis.

2º Se o número 2 foi obtido no primeiro lançamento, temos 4 combinações favoráveis.

3º Se o número 3 foi obtido no primeiro lançamento, temos 3 combinações favoráveis.

4º Se o número 4 foi obtido no primeiro lançamento, temos 2 combinações favoráveis.

5º Se o número 5 foi obtido no primeiro lançamento, temos 1 combinação favorável.

6º Se o número 6 foi obtido no primeiro lançamento, não há combinações favoráveis.

Ao adicionar todos os casos, obtemos 15 combinações favoráveis de 36 possíveis, portanto a probabilidade de o primeiro número obtido ser maior do que o segundo é $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

f) Podemos relacionar primeiro as combinações não favoráveis. Então, temos:

Se o primeiro número obtido for 1, 2, 3 ou 4, teremos 4 combinações não favoráveis para cada caso, ou seja, $4 \cdot 4 = 16$. Portanto, ao subtrair esse valor de todas as combinações possíveis, obtemos 20 combinações favoráveis; então, a probabilidade de se obter um número maior do que 4 em pelo menos um dos lançamentos é $\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$.

13. a) Há 4 bolas com números pares (2, 4, 6 e 8) em um total de 8 bolas. Assim, a probabilidade de retirar uma bola com número par é:

$\frac{4}{8} = 0{,}5 = 50\%$

b) Não existem bolas com números maiores do que 8. Assim, temos um evento impossível. Portanto, a probabilidade é zero.

c) Todas as bolas têm numeração ou maior do que igual a 1. Assim, temos um evento certo. Portanto, a probabilidade é 100%.

14. João tem 5 cupons; logo, a probabilidade de ele ganhar o carro será $\frac{5}{5\,000} = \frac{1}{1000} = 0{,}1\%$.

Tomás tem 20 cupons logo, a probabilidade de ele ganhar o carro será $\frac{20}{5\,000} = \frac{1}{250} = 0{,}4\%$.

15. a) O gráfico de setores está dividido em partes iguais, o que significa que a quantidade de mulheres que preferem a fragrância *B* representa $\frac{2}{10}$ do total.

Se $\frac{2}{10}$ representam 200 mulheres, 1000 mulheres foram pesquisadas no total.

Logo, a porcentagem de mulheres que preferem a fragrância *A* será $\frac{4}{10}$ do total, ou seja, 400 mulheres.

b) A probabilidade de escolher uma mulher ao acaso que tem preferência pela fragrância *C* é $\frac{4}{10} = 40\%$.

16. Como a probabilidade de ocorrer um evento adicionada ao seu complemento é igual a 1, temos:

$x + (4x - 1) = 1 \Rightarrow 5x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{5}$

17. a) Em 4 meses (abril, maio, novembro e dezembro).

b) A empresa consumiu R$ 1300 ou mais de água em 4 meses (abril, maio, novembro e dezembro) em um total de 12 meses. Portanto, a probabilidade é $\frac{4}{12} \cong 0{,}33 = 33\%$.

18. a) A probabilidade de Vitória ganhar o livro é $\frac{1}{20}$.

b) A probabilidade de Álvaro ganhar o primeiro livro é $\frac{1}{20}$ e de Paulo ganhar o segundo é $\frac{1}{19}$. Logo, a probabilidade de esse evento ocorrer simultaneamente é $\frac{1}{20} \cdot \frac{1}{19} = \frac{1}{380}$.

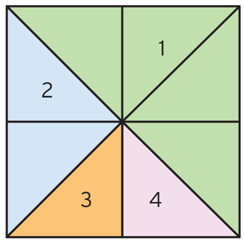
c) A probabilidade de duas moças serem sorteadas é $\frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} = \frac{9}{38}$.

19. a) A probabilidade de um homem ser escolhido para fazer as refeições no primeiro dia é $\frac{2}{5} = 40\%$.

b) A probabilidade de ser uma mulher para fazer a refeição no primeiro dia é $\frac{3}{5} = 60\%$.

c) Como no primeiro dia um homem foi sorteado, ele não entrará no sorteio até que todos tenham sido designados a fazer as refeições. Assim, no segundo dia, serão 3 mulheres e 1 homem para ser sorteados. Portanto, a probabilidade de uma mulher ser sorteada no segundo dia é $\frac{3}{4} = 75\%$.

20. O jardim pode ser dividido em 8 partes iguais.



Portanto, a probabilidade de Sushi fazer suas necessidades na grama tipo 4 é:

$\frac{1}{8} = 0{,}125 = 12{,}5\%$

21. Como a soma de todas as probabilidades é 100%, a probabilidade de a encomenda chegar na sexta será o complemento da soma dos demais dias:

$100\% - (5\% + 10\% + 15\% + 25\%) = 45\%$