Para Viver Juntos

9 Matemática

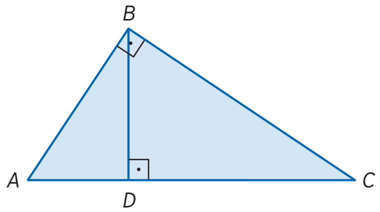
ENSINO FUNDAMENTAL 9º ano

Atividades complementares

Samuel Casal

Triângulo retângulo

1. Considere o seguinte triângulo.

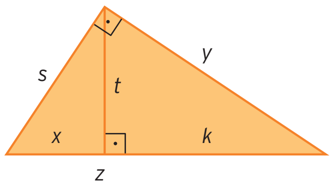


Escreva o nome de cada segmento abaixo levando em consideração o triângulo *ABC*.

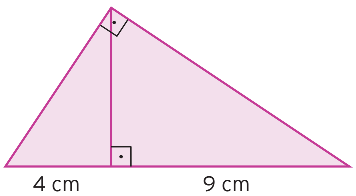
a) *AB* e *BC*
b) *AC*
c) *BD*
d) *AD*
e) *DC*

Relações métricas no triângulo retângulo

2. Veja a figura abaixo e escreva ao menos quatro relações métricas.



3. Arnaldo fez um chapéu de papel cuja planificação está ilustrada abaixo. Quanto mede a altura do chapéu?

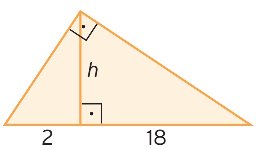


4. Em um losango, a diagonal menor mede 6 cm e a diagonal maior mede 8 cm.

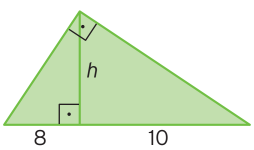
a) Determine o perímetro do losango.
b) Determine a área do losango.

5. Em cada item, escreva uma relação métrica que envolva a incógnita assinalada e determine o valor dessa incógnita.

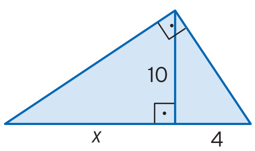
a)



b)

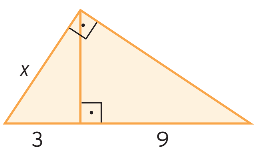


c)

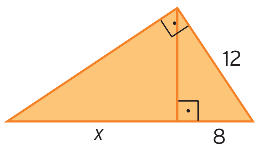


6. Calcule o valor de cada incógnita indicada sabendo que as medidas estão em metros.

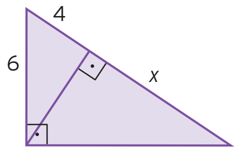
a)



b)

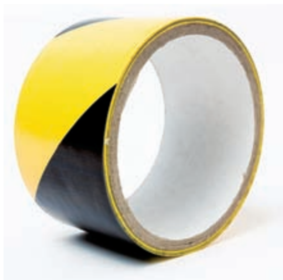


c)



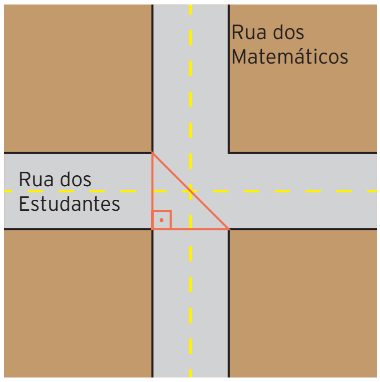
Teorema de Pitágoras

7. No cruzamento da rua dos Estudantes com a rua dos Matemáticos, em determinada cidade, ocorreu um acidente, e a companhia de engenharia de tráfego local resolveu interditar a área com fitas de isolamento, como a da figura abaixo.



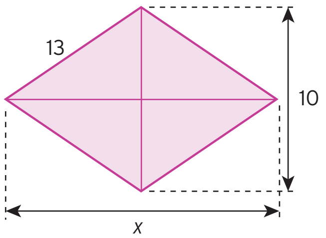
Chris Leachman/Shutterstock.com

O mapa a seguir mostra a forma que a companhia de engenharia de tráfego isolou a área.



Se a rua dos Estudantes tem 20 m de largura e a rua dos Matemáticos 21 m, qual deve ser o comprimento mínimo de fita necessário para isolar a área?

8. Antônio quer fazer uma grande pipa com formato de losango, como indica a figura a seguir.



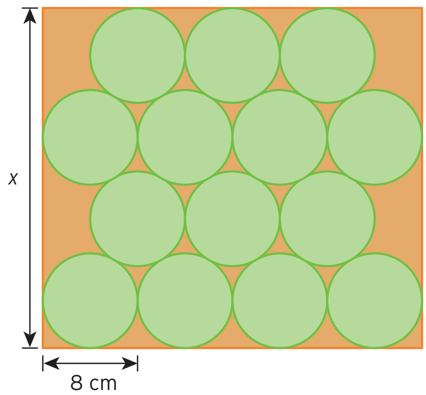
Calcule a medida *x* da vareta que está na horizontal sabendo que as medidas estão em decímetros.

9. Um terreno tem a forma de um trapézio, cujas bases medem 6 m e 20 m e os lados oblíquos medem 13 m e 15 m. Calcule a área desse terreno.

10. Quando Mário consome refrigerantes, ele junta essas garrafas em sua casa (como mostra a figura abaixo), para em seguida levar para um depósito de reciclagem.

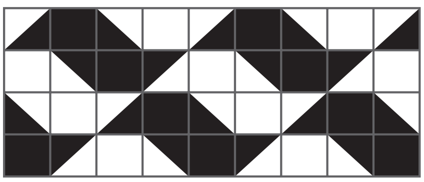
KKulikov/Shutterstock.com

Para evitar que as garrafas se espalhem, ele as colocou dentro de uma caixa de papelão. A figura abaixo mostra um dos lados da caixa e o fundo das garrafas.



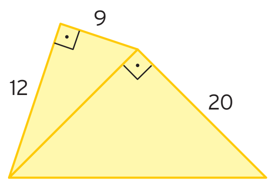
Se o diâmetro da base de cada garrafa mede 8 cm, determine a altura x da caixa de papelão.

11. É comum encontrar o mosaico abaixo (com a forma do mapa do estado de São Paulo) em algumas calçadas da cidade de São Paulo. Esses mosaicos são formados por composições de pisos quadrados.



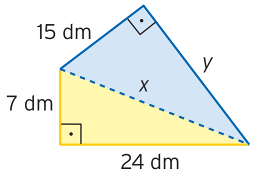
Se cada piso tem 20 cm · 20 cm, qual deve ser o perímetro de um dos mapas?

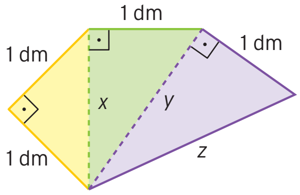
12. Ciro fez um desenho como o ilustrado abaixo. As medidas de três lados estão indicadas.

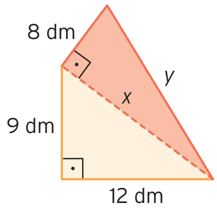


Quanto mede o maior lado?

13. Um funileiro precisou soldar algumas peças triangulares. Calcule o comprimento de cada emenda (indicada pela linha tracejada) e o valor das outras incógnitas da peça resultante.

a) 

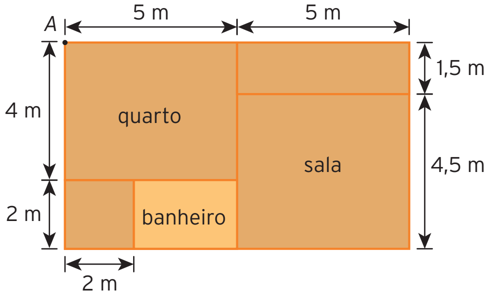
b) 

c) 

14. Um roteador, como o da figura abaixo, possibilita, entre outras coisas, que um ou mais computadores possam ter acesso simultâneo à internet.

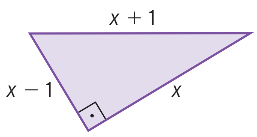
Alex Kalmbach/Shutterstock.com

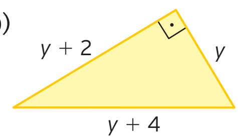
Jorge comprou um roteador em que o alcance do sinal é 15 m sem barreiras e 12 m com barreiras. O sinal perde intensidade com o aumento da distância. Pela facilidade de instalação dos cabos, o roteador será instalado no ponto A do seu quarto, indicado na figura.



Para acessar a internet da sala, Jorge encontrará algum problema?

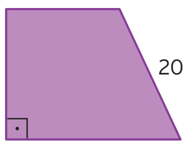
15. Aplique o teorema de Pitágoras em cada um dos triângulos abaixo e determine os valores das incógnitas.

a) 

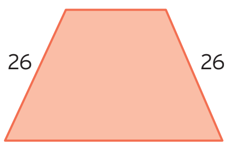
b) 

16. Determine as áreas dos trapézios ilustrados abaixo, sabendo que as medidas estão em centímetros.

a)



b)



17. Hoje em dia é possível encontrar em prateleiras de supermercados diversas bebidas em caixas, como sucos e bebidas lácteas. Para que todo o líquido dentro da caixinha possa ser consumido, essas bebidas são acompanhadas de canudos que podem ser dobrados, como o da figura abaixo.

Aaron Amat/Shutterstock.com

Esse tipo de canudo é sempre dobrado de modo que uma das partes fique maior do que a outra. A escolha por esse tipo de canudo se deve ao formato da caixa de suco, que é a de um paralelepípedo, e a maior distância entre dois pontos do paralelepípedo é o comprimento da sua diagonal. Uma caixa de suco de 200 mL tem dimensões iguais a 3,7 cm × 4,7 cm × 11,6 cm. Se a parte maior do canudo mede 8,5 cm e a parte curva 0,5 cm, qual deve ser o comprimento da parte menor para que o tamanho do canudo seja igual ao da diagonal da caixa?

Para Viver Juntos

9

Matemática

ENSINO FUNDAMENTAL 9º ano

Resolução comentada

Samuel Casal

sm

Triângulo retângulo

1. a) catetos
b) hipotenusa
c) altura relativa à hipotenusa
d) projeção ortogonal do segmento *AB* sobre a hipotenusa
e) projeção ortogonal do segmento *BC* sobre a hipotenusa

Relações métricas no triângulo retângulo

2. Temos as seguintes possibilidades de relações métricas:

$t^2 = x \cdot k$

$y^2 = k \cdot z$

$s^2 = x \cdot z$

$z \cdot t = s \cdot y$

$z^2 = s^2 + y^2$

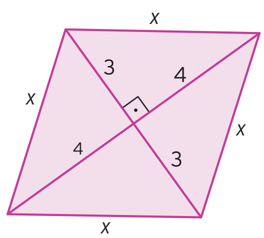
3. Temos que a altura h é dada por:

$h^2 = 4 \cdot 9$

$h = \sqrt{36} = 6$ (Lembre-se de que a raiz negativa é descartada, pois estamos calculando valores geométricos.)

Portanto, a altura do chapéu de papel que Arnaldo fez é 6 cm.

4. a) No losango, as diagonais são perpendiculares e concorrem no ponto médio. Assim, o losango pode ser dividido em 4 triângulos retângulos iguais com catetos de medidas 3 cm e 4 cm. A hipotenusa tem medida x, que corresponde à medida do lado do losango.



$x = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

Logo, o lado do losango mede 5 cm e, então, o seu perímetro é $4 \cdot 5$ cm $= 20$ cm.

b) A área do losango pode ser obtida através da soma das áreas dos quatro triângulos que o compõem, ou seja:

$4 \cdot \left(\frac{3 \cdot 4}{2}\right) = 24$

Logo, a área do losango é 24 cm².

5. a) $h^2 = 2 \cdot 18$

$h = \sqrt{36} = 6$

b) $h^2 = 8 \cdot 10$

$h = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

c) $10^2 = x \cdot 4$

$x = \frac{100}{4} = 25$

6. a) $x^2 = (3 + 9) \cdot 3$

$x = \sqrt{36} = 6$

A medida de x é 6 m.

b) $12^2 = (x + 8) \cdot 8$

$144 = 8x + 64$

$x = \frac{80}{8} = 10$

A medida de x é 10 m.

c) $6^2 = (x + 4) \cdot 4$

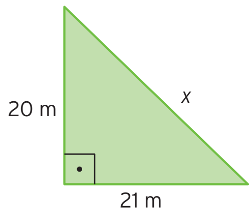
$36 = 4x + 16$

$x = \frac{20}{4} = 5$

A medida de x é 5 m.

Teorema de Pitágoras

7. A região isolada pela companhia de engenharia de tráfego local tem formato de um triângulo retângulo em que a largura da rua dos Estudantes e a da rua dos Matemáticos representam os catetos desse triângulo. Se x representa a medida da hipotenusa do triângulo, temos:



$x^2 = 21^2 + 20^2$

$x = \sqrt{841} = 29$

Assim, o comprimento mínimo de fita necessário para isolar a área será:

20 m + 21 m + 29 m = 70 m

8. Para determinar a medida x da vareta, vamos dividir o losango em 4 triângulos retângulos congruentes. Com isso, temos que 13 é a hipotenusa desse triângulo, 5 e $\frac{x}{2}$ são os seus catetos.

$13^2 = 5^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$

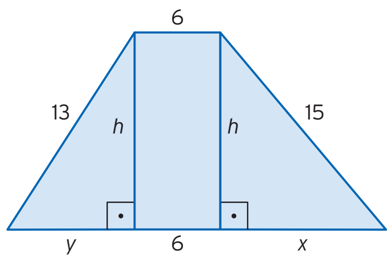
$169 - 25 = \frac{x^2}{4}$

$x^2 = 4 \cdot 144 = 576$

$x = \sqrt{576} = 24$

Portanto, a medida x da vareta na pipa de Antônio é 24 dm.

9. Para calcular a área desse terreno é necessário primeiro determinar a altura da figura em forma de trapézio. Então, temos a seguinte figura:



Pela figura, e aplicando o teorema de Pitágoras, temos o sistema a seguir:

$$\begin{cases} h^2 = 15^2 - x^2 \\ h^2 = 13^2 - y^2 \end{cases}$$

$15^2 - x^2 = 13^2 - y^2$

$x^2 - y^2 = 225 - 169 = 56$

$(x + y) \cdot (x - y) = 56$

$(20 - 6) \cdot (x - y) = 56$

$14 \cdot (x - y) = 56$

$x - y = 4$

Sabemos que $x + y = 20 - 6 = 14$, e junto com a equação anterior conseguimos montar um novo sistema:

$$\begin{cases} x + y = 14 \\ x - y = 4 \end{cases} \Rightarrow 2x = 18 \Rightarrow x = 9 \text{ e } y = 5$$

Para determinar a altura do trapézio, substituímos o valor de x ou de y em uma das equações do primeiro sistema.

$h^2 = 169 - 25$

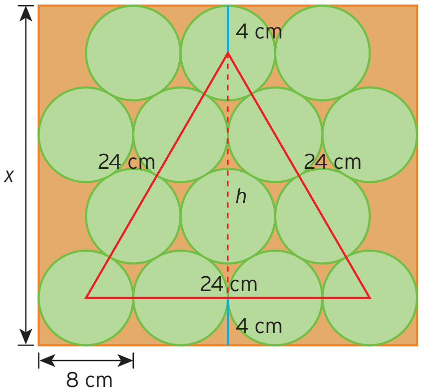
$h = \sqrt{144} = 12$

A área A do trapézio é:

$$A = \frac{(20 + 6) \cdot 12}{2} = 156$$

Portanto, a área do terreno é 156 m².

10. Se o diâmetro da base de cada garrafa mede 8 cm, então o raio da base mede 4 cm. Assim, a altura x da caixa será:

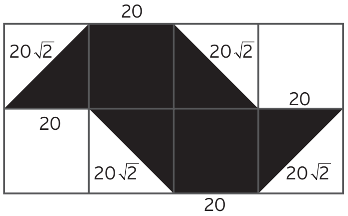


$x = 4 + 4 + h$, em que h corresponde à altura de um triângulo equilátero de lado 24 cm. Então:

$$x = 4 + 4 + \frac{24\sqrt{3}}{2} = 8 + 12\sqrt{3}$$

Logo, a altura da caixa é $\left(8 + 12\sqrt{3}\right)$ cm².

11. A diagonal d de um quadrado de lado x será dada por $d = x\sqrt{2}$. Se cada piso é um quadrado de lado 20 cm, a medida da diagonal será $d = 20\sqrt{2}$ cm.

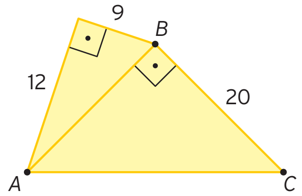


Portanto, o perímetro P do mapa do "Estado de São Paulo" é:

$P = 4 \cdot 20 + 4 \cdot 20\sqrt{2} = 80(1 + \sqrt{2})$

Logo, o perímetro é $80\left(1 + \sqrt{2}\right)$ m.

12. Primeiro, vamos aplicar o Teorema de Pitágoras para determinar a medida do lado AB. Então, temos:



$(AB)^2 = 9^2 + 12^2$

$AB = \sqrt{225} = 15$

Agora, aplicando o teorema de Pitágoras novamente, determinarmos a medida do lado AC. Então, temos:

$(AC)^2 = 15^2 + 20^2$

$AC = \sqrt{625} = 25$

Portanto, o maior lado do desenho de Ciro mede 25.

13. a) Para encontrar x:

$x^2 = 7^2 + 24^2$

$x = \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25$

Para encontrar y:

$x^2 = y^2 + 15^2$

$25^2 = y^2 + 225$

$y = 625 - 225$

$y = \sqrt{400} = 20$

Portanto, $x = 25$ dm e $y = 20$ dm.

b) Para encontrar x:

$x^2 = 1^2 + 1^2$

$x = \sqrt{2}$

Para encontrar y:

$y^2 = x^2 + 1^2$

$y^2 = \left(\sqrt{2}\right)^2 + 1$

$y = \sqrt{3}$

Para encontrar z:

$z^2 = y^2 + 1^2$

$z^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + 1$

$z = \sqrt{4} = 2$

Portanto, $x = \sqrt{2}$ dm, $y = \sqrt{3}$ dm e $z = 2$ dm.

c) Para encontrar x:

$x^2 = 9^2 + 12^2$

$x = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15$

Para encontrar y:

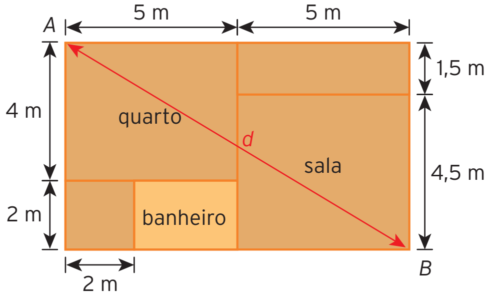
$y^2 = x^2 + 8^2$

$y^2 = 15^2 + 64$

$y = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} = 17$

Portanto, $x = 15$ dm e $y = 17$ dm.

14. A maior distância será entre os pontos A e B indicados na figura abaixo.



$d = \sqrt{10^2 + 6^2} \cong 11{,}66$ m

Jorge conseguirá acessar a internet em qualquer ponto da sala, porém o sinal dela fica mais fraco à medida que ele se aproxima do ponto B.

15. a) $(x + 1)^2 = x^2 + (x - 1)^2$

$x^2 + 2x + 1 = x^2 + x^2 - 2x + 1$

$x^2 - 4x = 0$

Resolvendo essa equação de 2º grau, temos:

$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0 = 16$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{4 \pm 4}{2}$

$x = 0$ ou $x = 4$

Como x não poderia ser zero, pois teria um comprimento do lado do triângulo que seria negativo, conclui-se que $x = 4$.

b) $(y + 4)^2 = y^2 + (y + 2)^2$

$y^2 + 8y + 16 = y^2 + y^2 + 4y + 4$

$y^2 - 4y - 12 = 0$

Resolvendo essa equação de 2º grau, temos:

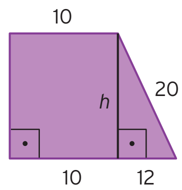
$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 64$

$y = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{4 \pm 8}{2}$

$y = -2$ ou $y = 6$

Como y não pode ser negativo por ser a medida do comprimento de um dos lados do triângulo, conclui-se que $y = 6$.

16. a) Para calcular a área do trapézio, primeiro precisamos determinar sua altura. Para isso, vamos aplicar o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo mostrado na figura a seguir:



$20^2 = 12^2 + h^2$

$h^2 = 400 - 144$

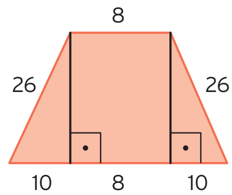
$h = \sqrt{256} = 16$

Então, a sua área A é:

$A = \dfrac{(22 + 10) \cdot 16}{2} = 256$

Portanto, o trapézio tem 256 cm² de área.

b) Para calcular a área do trapézio, primeiro precisamos determinar a sua altura. Para isso, vamos aplicar o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo mostrado na figura a seguir:



$26^2 = 10^2 + h^2$

$h^2 = 676 - 100$

$h = \sqrt{576} = 24$

Então, a sua área A é:

$A = \dfrac{(28 + 8) \cdot 24}{2} = 432$

Portanto, o trapézio tem 432 cm² de área.

17. Comprimento da diagonal d do paralelepípedo:

$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{(3{,}7)^2 + (4{,}7)^2 + (11{,}6)^2} \cong$
$\cong 13{,}05$

O comprimento da diagonal d é aproximadamente 13,05 cm.

Portanto, se x é o comprimento da parte menor, temos:

$x + 8{,}5 + 0{,}5 = 13{,}05$

$x = 4{,}05$

Para que o tamanho do canudo tenha o mesmo comprimento da diagonal da caixa, a parte menor deve ter 4,05 cm de comprimento.