Para Viver Juntos

Matemática

9

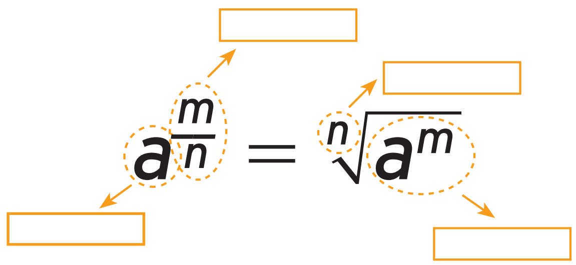
ENSINO FUNDAMENTAL 9º ano

Atividades complementares

Samuel Casal

Introdução a radiciação

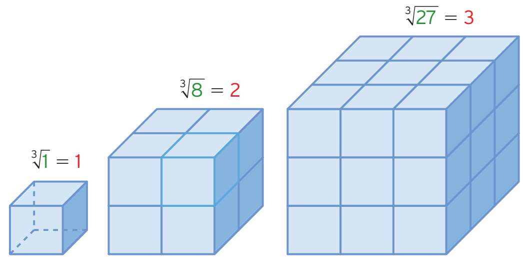
1. Complete as caixas com os nomes de cada parte da sentença matemática.



2. Complete a tabela abaixo.

	Leitura	Índice da raiz	Radicando
$\sqrt[3]{(2)^2}$			
$\sqrt[4]{(3)^5}$			243
$\sqrt[5]{(7)^3}$		5	
$\sqrt[7]{(10)^4}$			
$\sqrt{2}$	raiz quadrada de dois		

3. Observe a figura abaixo:



Em termos geométricos, qual é o significado dos valores destacados em verde e em vermelho?

4. Coloque os números abaixo em ordem crescente.

$$\sqrt{2},\ \sqrt[3]{4},\ \sqrt[4]{6}$$

5. Escreva na forma de um radical a metade de $2^{1,4}$.

6. Escreva na forma de um radical o triplo de $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{4}}$.

7. Determine o valor de x na equação a seguir.

$$\frac{\sqrt{\sqrt{\left(\frac{5x}{5}\right)^4} + x}}{\sqrt[3]{76 - \sqrt{9\sqrt{256}}}} = 1$$

8. Considere $x = \sqrt{(36 + 64) \cdot 4}$ e $y = \dfrac{\sqrt[3]{-8}}{\sqrt[5]{-32}}$.

Determine o valor das expressões de cada item a seguir.

a) $\dfrac{x}{y}$

b) $\dfrac{y}{x}$

Operações com radicais

9. Resolva as expressões abaixo, utilizando as propriedades dos radicais.

a) $\left(\sqrt[3]{81} \cdot \sqrt[3]{9}\right)^{\frac{1}{2}}$

b) $\left(\sqrt[4]{216} : \sqrt[4]{6}\right)^2$

c) $\left(\sqrt[8]{2}\right)^2 \cdot \sqrt{\sqrt{2}}$

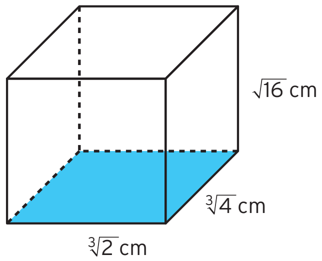
d) $\left(\sqrt{\sqrt[6]{\frac{16}{25}} \cdot \sqrt[6]{\frac{9}{4}}}\right)^6$

e) $\left(\sqrt[3]{3}\right)^6 : \left(\sqrt[6]{9}\right)^6$

f) $\dfrac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{24}}$

g) $\left(\dfrac{2}{\sqrt{5}}\right)^3 : \left(\dfrac{2}{\sqrt{5}}\right)^2$

10. A base do paralelepípedo retângulo representado abaixo está identificada na figura.



Considerando as informações da figura, determine o que segue.

a) A área da base do paralelepípedo.

b) O volume do paralelepípedo.

11. Determine o valor das seguintes expressões:

a) $\sqrt[3]{7 + \sqrt{4 - \sqrt{5 + \sqrt{16}}}}$

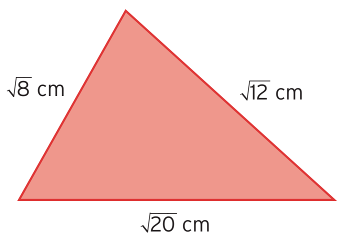
b) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{81} + \sqrt{\sqrt[3]{64}} + \sqrt{4^3}$

c) $\sqrt{19 + \sqrt{32 + \sqrt{12 + \sqrt{11 + \sqrt{25}}}}}$

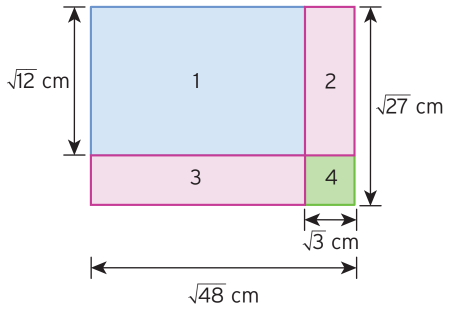
12. Determine o que se pede em cada item, utilizando as propriedades dos radicais e apresentando o resultado com o menor radicando possível.

a) perímetro do retângulo

b) perímetro do triângulo



c) perímetro das figuras 1, 2, 3 e 4



13. Considere a expressão $\sqrt{\frac{3}{7}} + \sqrt{\frac{7}{3}}$. Qual é a alternativa que não apresenta um valor equivalente à expressão dada?

a) $\frac{10}{\sqrt{21}}$

b) $\frac{10\sqrt{21}}{21}$

c) $10\sqrt{21}$

d) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$

e) $\frac{3}{\sqrt{21}} + \frac{7}{\sqrt{21}}$

14. Se y é um número positivo, diferente de zero e pertence ao conjunto dos números reais, dado que $5^{5y} = 1024$, qual é a alternativa que corresponde ao resultado de 5^{-y}?

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{32}$

c) $-\frac{1}{64}$

d) $\frac{1}{512}$

e) $-\frac{1}{3}$

15. Se $x > 1$ e pertence ao conjunto dos números reais, qual é a alternativa que corresponde ao resultado $\sqrt{16x - 16} + \sqrt{x - 1}$?

a) 4

b) 3

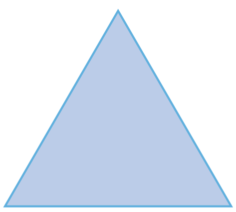
c) $5\sqrt{x - 1}$

d) $\sqrt{15x - 15}$

e) $\sqrt{15x - 17}$

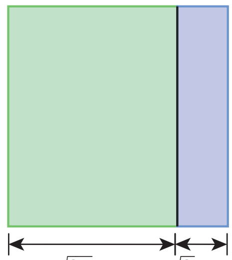
16. A medida da diagonal d de um quadrado é dada pela relação $d = l\sqrt{2}$ em que l representa a medida do lado do quadrado. Determine a medida da diagonal de um quadrado com área $\sqrt{8}$ cm².

17. A área de um triângulo equilátero é dada pela relação $A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$, em que l representa a medida do lado do triângulo. Determine a área do triângulo equilátero abaixo:

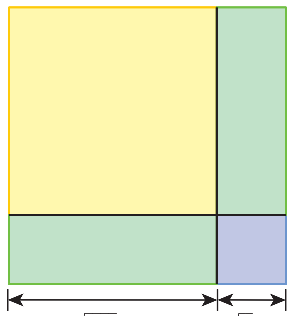


18. Determine a área dos quadrados destacados abaixo.

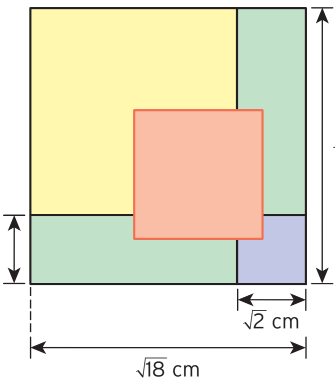
a)



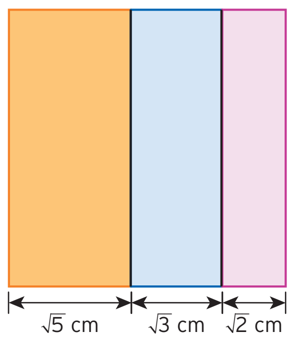
b)



c) Observação: os vértices do quadrado destacado são os centros dos quadriláteros indicados.



d)



Para Viver Juntos

9

Matemática

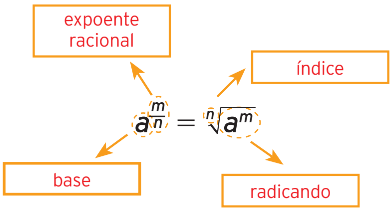
ENSINO FUNDAMENTAL 9º ano

Resolução comentada

Samuel Casal

Introdução a radiação

1.



2.

	Leitura	Índice da raiz	Radicando
$\sqrt[3]{(2)^2}$	raiz cúbica de dois ao quadrado	3	4
$\sqrt[4]{(3)^5}$	raiz quarta de três à quinta potência	4	243
$\sqrt[5]{(7)^3}$	raiz quinta de sete ao cubo	5	343
$\sqrt[7]{(10)^4}$	raiz sétima de dez à quarta potência	7	10 000
$\sqrt{2}$	raiz quadrada de dois	2	2

3. O valores representados em verde correspondem ao volume dos cubos, e os valores representados em vermelho correspondem à medida das arestas dos cubos.

4. Temos que o *mmc* (2, 3, 4) = 12. Modificando as raízes de modo que fiquem com índice 12, obtemos:

$\sqrt{2} = \sqrt[2\cdot 6]{2^{1\cdot 6}} = \sqrt[12]{2^6} = \sqrt[12]{64}$

$\sqrt[3]{4} = \sqrt[3\cdot 4]{4^{1\cdot 4}} = \sqrt[12]{4^4} = \sqrt[12]{256}$

$\sqrt[4]{6} = \sqrt[4\cdot 3]{6^{1\cdot 3}} = \sqrt[12]{6^3} = \sqrt[12]{216}$

Portanto:

$\sqrt[12]{64} < \sqrt[12]{216} < \sqrt[12]{256} \Rightarrow \sqrt{2} < \sqrt[4]{6} < \sqrt[3]{4}$

5. Temos:

$\frac{2^{1,4}}{2} = 2^{1,4-1} = 2^{0,4} = 2^{\frac{4}{10}} = 2^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{2^2} = \sqrt[5]{4}$

6. Temos:

$3\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{4}} = 3 \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{3}} = \sqrt[4]{\frac{1}{3} \cdot 3^4} = \sqrt[4]{3^3} = \sqrt[4]{27}$

7. Temos:

$$\frac{\sqrt{\sqrt{\frac{5x}{5^4}}} + x}{\sqrt[3]{76 - \sqrt{9\sqrt{256}}}} = 1$$

$$\frac{\sqrt{\sqrt{x^4}} + x}{\sqrt[3]{76 - \sqrt{9\sqrt{2^8}}}} = 1$$

$$\frac{\sqrt{x^2} + x}{\sqrt[3]{76 - \sqrt{3^2 \cdot 2^4}}} = 1$$

$$\frac{x + x}{\sqrt[3]{76 - 12}} = 1$$

$$\frac{2x}{\sqrt[3]{64}} = 1$$

$2x = 4$

$x = 2$

8. Primeiro, vamos calcular o valor de x e de y, depois aplicamos o que se pede em cada item.

Para x:

$x = \sqrt{(36 + 64) \cdot 4}$

$x = \sqrt{100 \cdot 4}$

$x = \sqrt{400} = 20$

Para y:

$y = \frac{\sqrt[3]{-8}}{\sqrt[5]{-32}}$

$y = \frac{-2}{-2} = 1$

a) $\frac{x}{y} = \frac{20}{1} = 20$

b) $\frac{y}{x} = \frac{1}{20}$

Operação com radicais

9. a) $\left(\sqrt[3]{81} \cdot \sqrt[3]{9}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\sqrt[3]{3^4 \cdot 3^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3\sqrt{3^6}} = \sqrt[6]{3^6} = 3$

b) $\left(\sqrt[4]{216} : \sqrt[4]{6}\right)^2 = \left(\sqrt[4]{\frac{216}{6}}\right)^2 = \sqrt{36} = 6$

c) $\sqrt[8]{2^2} \cdot \sqrt{\sqrt{2}} = \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{2^2} = \sqrt{2}$

d) $\left(\sqrt{\sqrt[6]{\frac{16}{25}} \cdot \sqrt[6]{\frac{9}{4}}}\right)^6 = \left(\sqrt{\sqrt[6]{\frac{16}{25} \cdot \frac{9}{4}}}\right)^6 = \left(\sqrt{\sqrt[6]{\frac{36}{25}}}\right)^6 =$

$= \left(\sqrt[12]{\frac{6^2}{5^2}}\right)^6 = \sqrt{\frac{6^2}{5^2}} = \frac{6}{5}$

e) $(\sqrt[3]{3})^6 : (\sqrt[6]{9})^6 = 3^2 : 9 = 1$

f) $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{24}} = \sqrt[3]{\frac{81}{24}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2}$

g) $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^3 : \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{3-2} = \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

10. a) A área A da base será dada por:

$A = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{8} = 2$

Logo, a área da base desse paralelepípedo é 2 cm².

b) O volume V será dado por:

$V = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{16} = 2 \cdot 4 = 8$

Logo, o volume desse paralelepípedo é 8 cm³.

11. a) $\sqrt[3]{7 + \sqrt{4 - \sqrt{5 + \sqrt{16}}}} =$

$= \sqrt[3]{7 + \sqrt{4 - \sqrt{5 + 4}}} = \sqrt[3]{7 + \sqrt{4 - \sqrt{9}}} =$

$= \sqrt[3]{7 + \sqrt{4 - 3}} = \sqrt[3]{7 + \mathrm{R}1} = \sqrt[3]{7 + 1} =$

$= \sqrt[3]{8} = 2$

b) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{81} + \sqrt{\sqrt[3]{64}} + \sqrt{4^3} = \sqrt[3]{3^2 \cdot 3^4} + \sqrt{4} +$

$+ 4\sqrt{4} = 9 + 2 + 4 \cdot 2 = 11 + 8 = 19$

c) $\sqrt{19 + \sqrt{32 + \sqrt{12 + \sqrt{11 + \sqrt{25}}}}} =$

$= \sqrt{19 + \sqrt{32 + \sqrt{12 + \sqrt{11 + 5}}}} =$

$= \sqrt{19 + \sqrt{32 + \sqrt{12 + \sqrt{16}}}} =$

$= \sqrt{19 + \sqrt{32 + \sqrt{12 + 4}}} = \sqrt{19 + \sqrt{32 + \sqrt{16}}} =$

$= \sqrt{19 + \sqrt{32 + 4}} = \sqrt{19 + \sqrt{36}} =$

$= \sqrt{19 + 6} = \sqrt{25} = 5$

12. a) $\sqrt{20} + \sqrt{80} + \sqrt{20} + \sqrt{80} = 2\sqrt{20} + 2\sqrt{80} =$
$= 2\sqrt{2^2 \cdot 5} + 2\sqrt{2^4 \cdot 5} = 4\sqrt{5} + 8\sqrt{5} = 12\sqrt{5}$
Logo, o perímetro do retângulo é $12\sqrt{5}$ cm.

b) $\sqrt{8} + \sqrt{12} + \sqrt{20} = \sqrt{2^3} + \sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{2^2 \cdot 5} =$
$= 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{5} = 2(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})$
Logo, o perímetro do triângulo é:
$2(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})$ cm

c) Vamos denominar o perímetro de cada figura: P_1, P_2, P_3 e P_4

$P_1 = 2(\sqrt{12}) + 2(\sqrt{48} - \sqrt{3}) = 2\sqrt{2^2 \cdot 3} +$
$+ 2(\sqrt{2^4 \cdot 3} - \sqrt{3}) = 4\sqrt{3} + 2(4\sqrt{3} - \sqrt{3}) =$
$= 4\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$

$P_2 = 2(\sqrt{12}) + 2(\sqrt{3}) = 2\sqrt{2^2 \cdot 3} + 2\sqrt{3} =$
$= 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

$P_3 = 2(\sqrt{48} - \sqrt{3}) + 2(\sqrt{27} - \sqrt{12}) =$
$= 2(\sqrt{2^4 \cdot 3} - \sqrt{3}) + 2(\sqrt{3^3} - \sqrt{2^2 \cdot 3}) =$
$= 2(4\sqrt{3} - \sqrt{3}) + 2(3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}) =$
$= 6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

$P_4 = 2(\sqrt{3}) + 2(\sqrt{27} - \sqrt{12}) = 2\sqrt{3} +$
$+ 2(\sqrt{3^3} - \sqrt{2^2 \cdot 3}) = 2\sqrt{3} + 2(3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}) =$
$= 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

O perímetro de cada figura é: $P_1 = 10\sqrt{3}$ cm, $P_2 = 6\sqrt{3}$ cm, $P_3 = 8\sqrt{3}$ cm e $P_4 = 4\sqrt{3}$ cm

13. Temos:

$$\sqrt{\frac{3}{7}} + \sqrt{\frac{7}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{21}} + \frac{7}{\sqrt{21}} = \frac{10}{\sqrt{21}} = \frac{10\sqrt{21}}{21}$$

A única alternativa que não é equivalente à expressão dada é a alternativa **c**.

14. $5^{5y} = 1024$
$\sqrt[5]{5^{5y}} = \sqrt[5]{2^{10}}$
$5^y = 2^2$
$5^y = 4$
Logo, $5^{-y} = \frac{1}{4}$ (alternativa **a**).

15. $\sqrt{16x - 16} + \sqrt{x - 1} = \sqrt{16(x - 1)} + \sqrt{x - 1} =$
$= 4\sqrt{x - 1} + \sqrt{x - 1} = 5\sqrt{x - 1}$
Alternativa **c**.

16. Para determinar a medida do lado, vamos utilizar a sua área:
$A = l^2$
$8 = l^2$
$l = \sqrt{8}$
Como o lado mede $\sqrt{8}$ cm, temos:
$d = l\sqrt{2} = \sqrt{8} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{16} = 4$
Portanto, a diagonal desse quadrado mede 4 cm.

17. $A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(\sqrt{8})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 2\sqrt{3}$

Logo, a área desse triângulo equilátero é $2\sqrt{3}$ cm².

18. a) $A = (\sqrt{27} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{27})^2 + 2\sqrt{27} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 =$
$= 27 + 2 \cdot 3 \cdot (\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}) + 2 = (29 + 6\sqrt{6})$
Logo, a área do quadrado destacado é
$(29 + 6\sqrt{6})$ cm².

b) $A = (\sqrt{125} - 2\sqrt{3})^2 =$
$= (\sqrt{125})^2 - 2 \cdot \sqrt{125} \cdot 2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2 =$
$= 125 - 2 \cdot 5\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{3} + 12 = (137 - 20\sqrt{15})$

Logo, a área do quadrado destacado é
$(137 - 20\sqrt{15})$ cm².

c) $A = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{18} - \sqrt{2}}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{18}}{2}\right)^2 = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$

Logo, a área do quadrado destacado é $\frac{9}{2}$ cm².

d) $A = (\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{2})^2 =$
$= (\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5} \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2}) + (\sqrt{3})^2 +$
$+ 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 =$
$= 5 + 2\sqrt{15} + 2\sqrt{10} + 3 + 2\sqrt{6} + 2 =$
$= 10 + 2\sqrt{15} + 2\sqrt{10} + 2\sqrt{6}$
Logo, a área do quadrado destacado é
$(10 + 2\sqrt{15} + 2\sqrt{10} + 2\sqrt{6})$ cm².