Para Viver Juntos

8

Matemática

ENSINO FUNDAMENTAL 8º ano

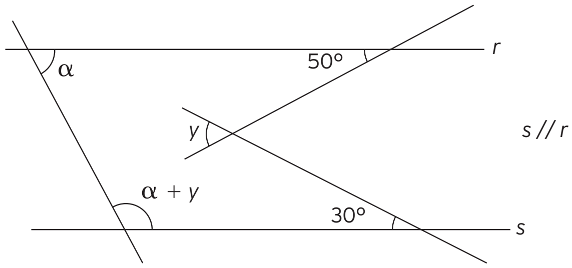
Atividades complementares

Samuel Casal

sm

Ângulos

1. Na figura abaixo, considerando que as retas *r* e *s* sejam paralelas, determine a medida α.



2. As figuras seguintes mostram dois tipos de ladrilhos. Explique por que na situação 1 foi possível utilizar somente um tipo e na situação 2 foi necessário utilizar dois tipos de ladrilhos para ocorrer o encaixe.

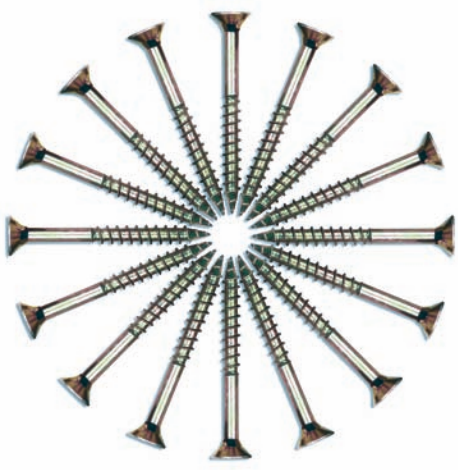
Situação 1:

Jaochainoi/Shutterstock

Situação 2:

Yobidaba/Shutterstock

3. As cabeças dos parafusos abaixo estão na posição de vértices de um polígono regular.



Grafner/Dreamstime.com

Determine:

a) a quantidade de lados desse polígono;

b) a medida do ângulo central;

c) a soma dos ângulos internos;

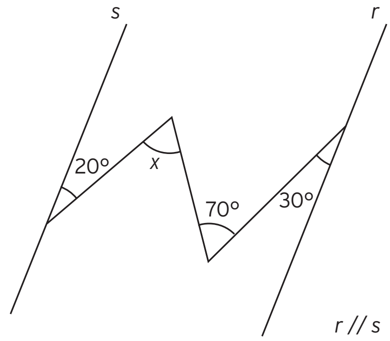
d) a medida de cada ângulo interno;

e) a medida de cada ângulo externo;

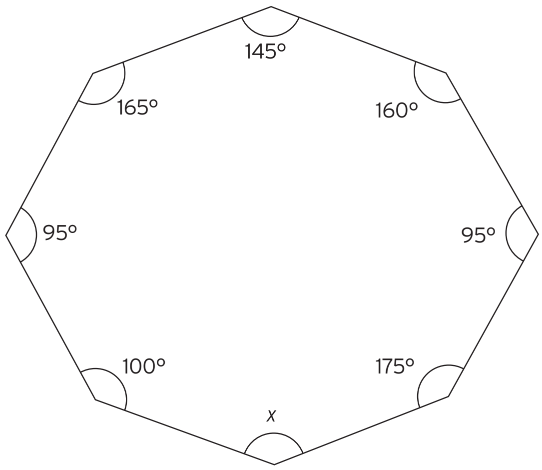
f) a quantidade total de diagonais;

g) a quantidade de diagonais que passam pelo centro do polígono.

4. Na figura a seguir, determine o valor de *x*.

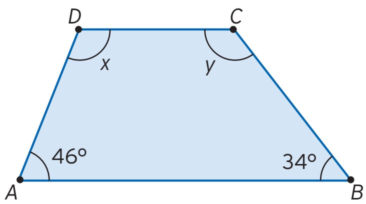


5. No polígono a seguir, determine o valor de *x*.

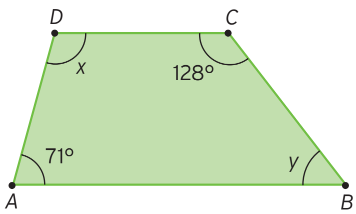


6. Determine as medidas *x* e *y*, considerando que as retas-suporte dos lados *AB* e *CD* são paralelas.

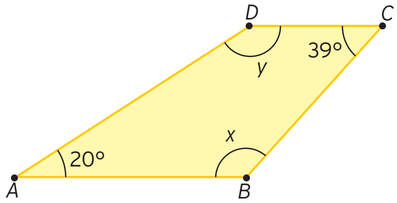
a)



b)

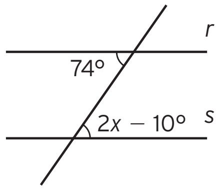


c)

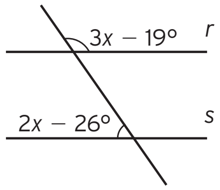


7. Sabendo que as retas *r* e *s* são paralelas, determine o valor de *x* em cada caso.

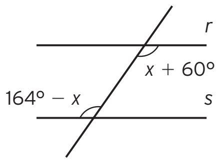
a)



b)



c)



8. Uma transversal determina, com duas retas paralelas, ângulos colaterais cujas medidas são expressas por $4x + 16°$ e $x + 14°$. Calcule a medida de um dos ângulos agudos determinados por essas retas.

9. Observe a foto da carambola e, a seguir, responda às perguntas:

Taskeng/Dreamstime.com

a) Represente por meio de uma figura geométrica regular a secção obtida por um plano perpendicular ao eixo das duas carambolas.

b) Quais são os polígonos cujos vértices são as pontas internas das figuras do item anterior?

c) Calcule a soma dos ângulos internos desses polígonos.

d) Calcule a quantidade total de diagonais desses polígonos.

e) Se os polígonos obtidos no item **b** forem regulares e os vértices desses polígonos coincidirem com pontos de uma circunferência, qual será a medida do arco entre dois vértices consecutivos?

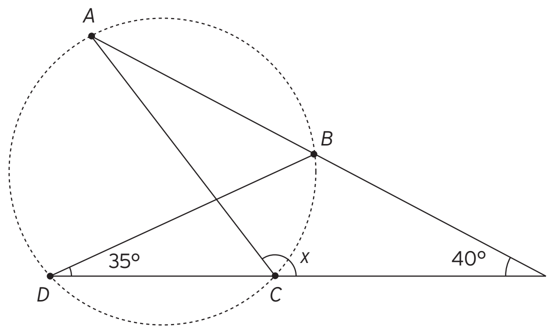
Circunferência

10. A figura a seguir representa uma parte da cidade de São Paulo. Se imaginarmos as vias como elementos geométricos, seria possível verificar algumas posições relativas entre eles.

Mapalink/Google

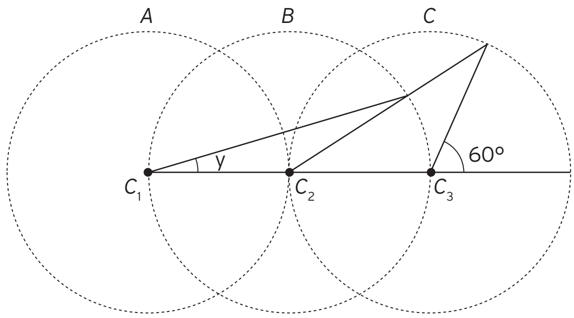
Identifique algumas dessas posições.

11. Considere os pontos *A*, *B*, *C* e *D* pertencentes à circunferência.



Determine o valor de *x*.

12. Na figura abaixo, C_1, C_2 e C_3 são centros das circunferências *A*, *B* e *C*, respectivamente.

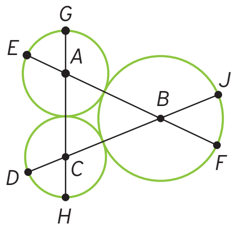


Determine o valor de *y*.

13. A imagem abaixo representa um dos primeiros modelos de bicicleta inventados.

Se o raio da roda maior é o quádruplo do raio da roda menor, determine a variação angular da roda maior quando a roda menor dá uma volta completa.

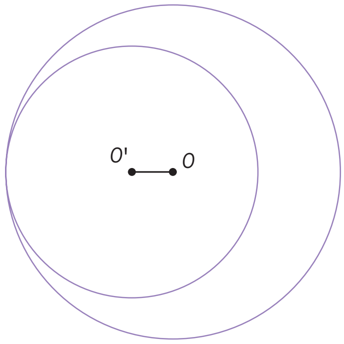
14. Na figura a seguir, as circunferências são tangentes duas a duas e os centros são os vértices do triângulo *ABC*.



Determine o perímetro do triângulo *ABC*, considerando que

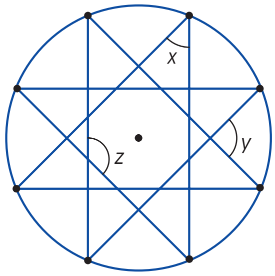
$EF = 14$ cm, $GH = 10$ cm e $DJ = 12$ cm.

15. Duas circunferências são tangentes internamente.



Sabendo que a razão entre os raios é $\frac{2}{3}$ e que a soma dos raios é 30 cm, determine a distância entre os centros dessas circunferências.

16. Calcule as medidas assinaladas, sabendo que os arcos determinados na circunferência são iguais.



Para Viver Juntos

8

Matemática

ENSINO FUNDAMENTAL 8º ano

Resolução comentada

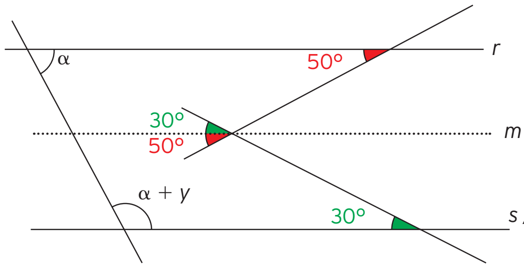
Samuel Casal

Este material é um complemento da obra **Matemática 8 – Para Viver Juntos**. Reprodução permitida somente para uso escolar. Venda proibida.

sm

Ângulos

1. Traçando uma reta m, paralela a r, pelo vértice do ângulo de medida y, temos:



Então, pode-se concluir que:

$y = 30° + 50° = 80°$

Como os ângulos de medidas α e $\alpha + y$ são ângulos colaterais internos, obtem-se:

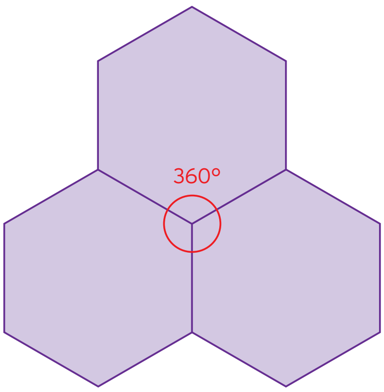
$\alpha + \alpha + y = 180°$

$2\alpha + 80° = 180°$

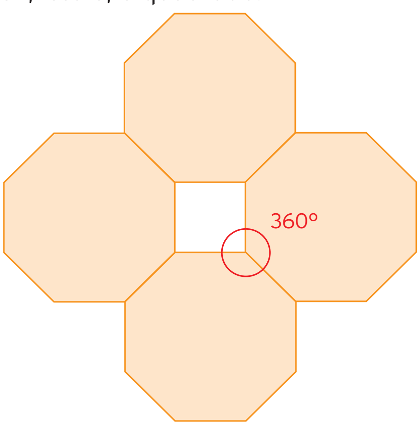
$2\alpha = 100°$

$\alpha = 50°$

2. Na situação 1, verifica-se que há um encaixe perfeito entre os hexágonos regulares. Como nos hexágonos regulares cada ângulo interno mede 120°, ao juntar três hexágonos regulares forma-se um ângulo de 360° em cada um dos vértices.



Na situação 2, não é possível encaixar os octógonos diretamente. Cada ângulo interno mede 135°. Juntando dois octógonos, temos 270°. Para completar 360°, deve-se utilizar outra figura geométrica regular cujo ângulo interno seja 90°, isto é, o quadrado.



3. a) As cabeças dos parafusos são vértices de um polígono regular com 16 lados (hexadecágono).

b) $a_c = \dfrac{360°}{16} = 22{,}5°$

c) $S_i = (n - 2) \cdot 180° = (16 - 2) \cdot 180° =$

$= 14 \cdot 180° = 2\,520°$

d) $a_i = \dfrac{(n - 2) \cdot 180°}{n} = \dfrac{2\,520°}{16} = 157{,}5°$

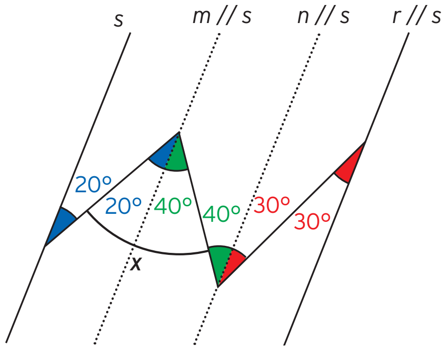
e) $a_e = \dfrac{360°}{n} = \dfrac{360°}{16} = 22{,}5°$

f) 104 diagonais

$d = \dfrac{n(n - 3)}{2} = \dfrac{16 \cdot 13}{2} = 104$

g) A quantidade de diagonais que passam pelo centro do polígono corresponde à metade do número de lados. Portanto, 8 diagonais passam pelo centro do polígono.

4. Traçando duas retas m e n, paralelas a s, temos:



Assim, pode-se concluir que:

$x = 20° + 40° = 60°$

5. O polígono representado na figura é um octógono. Assim, a soma dos ângulos internos é:

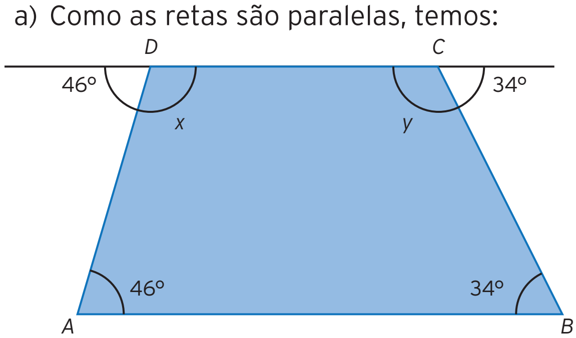
$S_i = (n - 2) \cdot 180° = (8 - 2) \cdot 180° = 1080°$

Portanto:

$x + 100° + 95° + 165° + 145° + 160° + 95° +$
$+ 175° = 1080$

$x = 145°$

6. a) Como as retas são paralelas, temos:



Assim, podemos calcular:

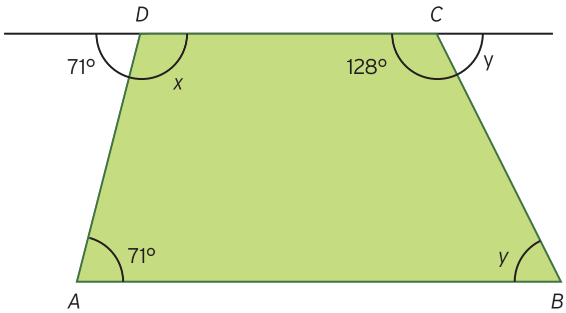
$x + 46° = 180°$

$x = 134°$

$y + 34° = 180°$

$y = 146°$

b)



Assim, temos:

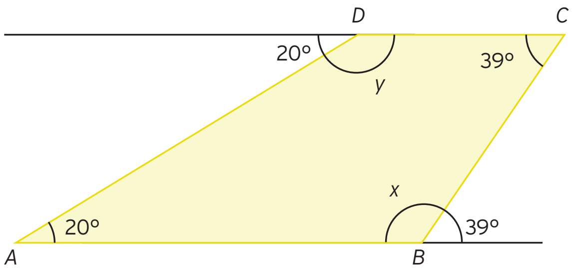
$x + 71 = 180°$

$x = 109°$

$y + 128° = 180°$

$y = 52°$

c)



Assim, temos:

$y + 20° = 180°$

$y = 160°$

$x + 39° = 180°$

$x = 141°$

7. a) Os ângulos indicados são alternos internos, portanto congruentes. Considerando as retas r e s paralelas:

$74° = 2x - 10°$

$2x = 74° + 10°$

$2x = 84°$

$x = 42°$

b) Os ângulos indicados são suplementares. Assim:

$3x - 19° + 2x - 26° = 180°$

$5x = 180° + 19° + 26°$

$5x = 225°$

$x = 45°$

c) Os ângulos indicados são alternos internos, portanto congruentes. Assim:

$164° - x = x + 60°$

$2x = 104°$

$x = 52°$

8. Esses ângulos são suplementares, assim:

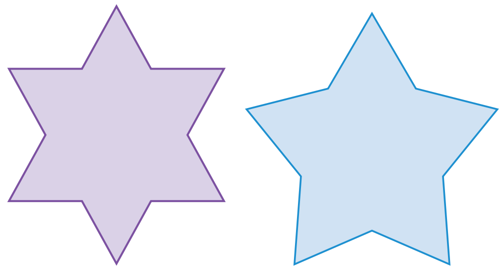
$4x + 16° + x + 14° = 180°$

$5x = 150°$

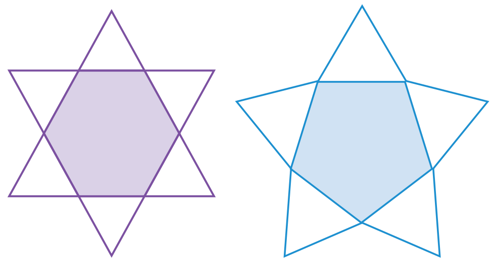
$x = 30°$

Os ângulos são $4 \cdot 30° + 16° = 136°$ e $30° + 14° = 44°$. Portanto, o ângulo agudo mede 44°.

9. a)



b)



hexágono e pentágono

c) Hexágono:

$S_i = (n - 2) \cdot 180° = (6 - 2) \cdot 180° = 720°$

Pentágono:

$S_i = (n - 2) \cdot 180° = (5 - 2) \cdot 180° = 540°$

d) Hexágono:

$$d = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{6(6-3)}{2} = 9$$

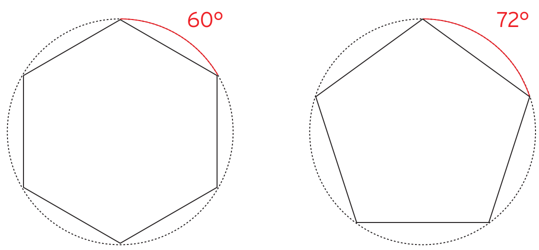
9 diagonais

Pentágono:

$$d = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{5(5-3)}{2} = 5$$

5 diagonais

e)



Hexágono:

$$\text{medida do arco} = \frac{360°}{6} = 60°$$

Pentágono:

$$\text{medida do arco} = \frac{360°}{5} = 72°$$

Circunferência

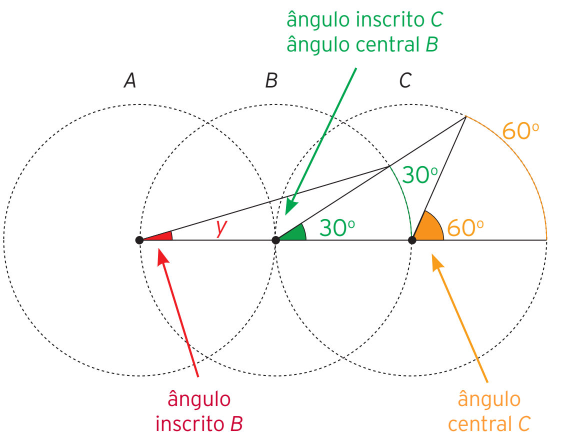
10.

11. Pela figura, verifica-se que $B\hat{A}C = B\hat{D}C = 35°$, pois os dois ângulos têm o mesmo arco; logo:

$35° + x + 40° = 180°$

$x = 105°$

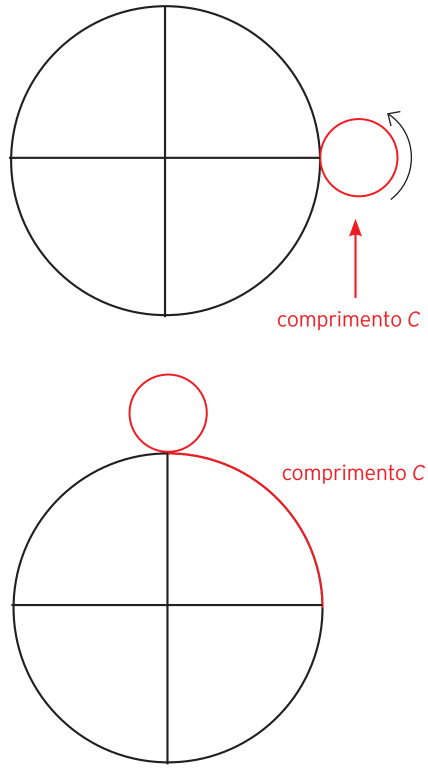
12. Pelas informações do texto, temos:



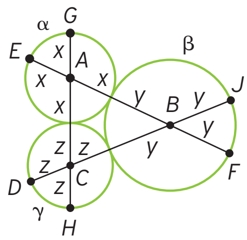
Assim:

$$y = \frac{30°}{2} = 15°$$

13. Como o raio da roda maior é o quádruplo do raio da roda menor, o comprimento da circunferência da roda maior também será o quádruplo do comprimento da circunferência da roda menor. Assim, se a circunferência da roda menor tiver comprimento C, a da roda maior terá $4C$. Então, quando a roda menor der uma volta completa, a roda maior terá dado um quarto de volta.



14. Sendo x, y e z os raios das circunferências α, β e γ, temos a seguinte situação:



Como $EF = 14$ cm, $GH = 10$ cm e $DJ = 12$ cm, chegamos às seguintes equações:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 14 \\ 2x + 2z = 10 \\ 2y + 2z = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x + z = 5 \\ y + z = 6 \end{cases}$$

Trabalhando inicialmente com as duas primeiras equações, obtemos:

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x + z = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x + y = 7) \cdot (-1) \\ x + z = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x - y = -7 \\ x + z = 5 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \begin{cases} -x - y = -7 \\ x + z = 5 \end{cases} \\ \hline -y + z = -2 \end{array}$$

Adicionando a terceira equação, temos:

$$\begin{cases} -y + z = -2 \\ y + z = 6 \end{cases}$$
$$2z = 4$$
$$z = 2$$

Voltando às outras equações obtemos os valores de x e y.

$-y + z = -2 \Rightarrow -y + 2 = -2 \Rightarrow y = 4$

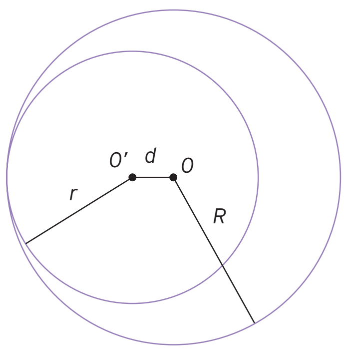
$x + y = 7 \Rightarrow x + 4 = 7 \Rightarrow x = 3$

O perímetro do triângulo é:

$2x + 2y + 2z = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 = 18$

Portanto, o perímetro do triângulo ABC é 18 cm.

15. Sejam R e r os raios das circunferências de centros O e O', respectivamente. Temos:



Do enunciado, $\frac{r}{R} = \frac{2}{3}$; então $r = \frac{2R}{3}$.

$r + R = 30$

$\frac{2R}{3} + R = 30$

$5R = 90$

$R = 18$

$r + 18 = 30,$

$r = 12$

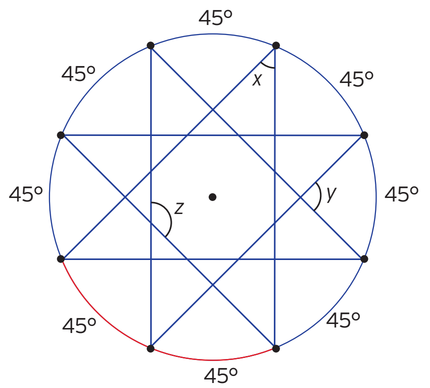
Temos, pelo desenho, que $d = R - r$.

Portanto, $d = 18 - 12 = 6$.

Assim, os centros estão a 6 cm de distância um do outro.

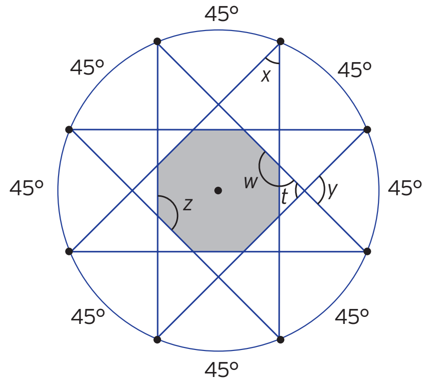
16. A circunferência foi dividida em 8 arcos, assim, cada arco corresponde a $\frac{360°}{8} = 45°$.

Então, temos que o ângulo x inscrito determina um arco de 90°, como indicado:



Como x é inscrito, temos $x = \frac{90°}{2} = 45°$.

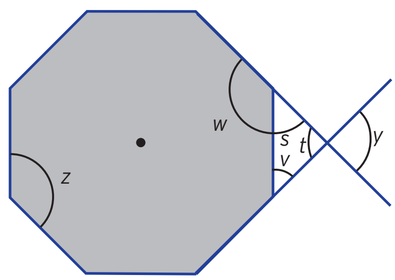
Os segmentos formam um polígono regular de 8 lados, sendo t um ângulo oposto pelo vértice com y, como indicado na figura a seguir.



Um polígono regular de 8 lados tem ângulos internos medindo:

$a_i = \frac{(n - 2) \cdot 180°}{n} = \frac{6 \cdot 180°}{8} = 135°$

Assim, $z = w = 135°$.



Da imagem, temos que $w + s = 180°$, então $135° + s = 180°$.

Portanto, $s = 45°$.

Analogamente para v; então $v = 45°$.

No triângulo temos:

$s + t + v = 180°$

$45° + t + 45° = 180°$

$t = 90°$

Como t e y são o.p.v., eles têm medidas iguais.

Assim, $y = 90°$.