

Para
**Viver
Juntos**

8

Matemática

ENSINO FUNDAMENTAL 8º ano

Atividades Complementares



Samuel Casal



Porcentagem nas relações comerciais

- O aumento das mensalidades escolares foi de 14% em uma escola. Se a mensalidade dessa escola passou a ser R\$ 513,00, qual era o valor antes do aumento?
- Um comerciante aumenta o preço original de um produto em 50%. Em seguida anuncia essa mercadoria com desconto de 20%, resultando um preço final de R\$ 48,00. Qual era o preço original desse produto?
- Se algum vendedor dissesse: “Pague dois, leve um”, alguém iria comprar esse produto? Todos responderiam que não. Muitos, entretanto, ao financiar um automóvel de R\$ 25 000,00, pagam 72 parcelas de R\$ 752,00.
O texto acima contém uma contradição. Identifique a contradição e explique-a.
- No início do mês, havia no estoque de uma loja de artigos esportivos 2 400 bolinhas de pingue-pongue. No final do mês, graças ao grande volume de vendas, sobraram apenas 288 bolinhas. Qual foi o percentual de produtos vendidos?

Juro

- Determine o lucro de um investimento à base de juro simples sobre R\$ 8 000,00 aplicados à taxa de 24% a.a. durante 6 meses.
- Fernando devia R\$ 1 600,00 em seu cartão de crédito. Como não conseguiu pagar a dívida, em 4 meses ela passou para R\$ 2 560,00. Qual foi a taxa de juro simples cobrada pela administradora do cartão?
- Um empresário tomou emprestado de uma instituição financeira a quantia de R\$ 16 000,00 à taxa de 27% ao ano. Foram pagos R\$ 6 480,00 de juro simples. Por quantos anos o dinheiro esteve emprestado?
- Um trabalhador que ganhava R\$ 2 000,00 teve seu salário reajustado em 10%. Dois meses depois, recebeu um novo reajuste de 10%.
 - Para quanto foi o salário desse trabalhador após o primeiro reajuste?
 - Para quanto foi o salário desse trabalhador após o segundo reajuste?
 - Qual seria o salário desse trabalhador se tivesse um único reajuste de 20%?
- Sobre finanças pessoais é muito comum as pessoas dizerem: “Entrei no cheque especial”. Mas o que significa isso? Em algumas situações, ao abrir uma conta bancária, o banco oferece um limite de crédito, que permite que o usuário gaste mais do que ele realmente tem. Se isso ocorrer, o saldo ficará negativo, e isso significa entrar no cheque especial.

Imagine uma situação em que um correntista fica com R\$ 1 000,00 negativos em sua conta bancária. A tabela abaixo mostra a evolução da dívida, mês a mês. Considere que durante 12 meses o correntista não pague nada da dívida.

Juro (8%)	
Período após o correntista entrar no cheque especial	1000,0
após 1 mês	1080,0
após 2 meses	1166,4
após 3 meses	1259,7
após 4 meses	1360,5
após 5 meses	1369,3
após 6 meses	1586,9
após 7 meses	1713,8
após 8 meses	1750,9
após 9 meses	1999,0
após 10 meses	2158,9
após 11 meses	2231,6
após 12 meses	2518,2

- Que tipo de juro está sendo cobrado do correntista?
 - A tabela apresenta alguns valores errados. Corrija-os.
 - O que se nota entre o 9º e o 10º mês?
- Um produto que custava R\$ 400,00 sofreu um reajuste de 5% e, depois, outro de 5%.
 - Quanto esse produto passou a custar depois dos dois reajustes?
 - Qual é a porcentagem de aumento que esse valor representa em relação ao preço inicial?

Divisão proporcional

- Roberta, Paulo e Carla associaram-se para comprar uma transportadora. Roberta entrou com R\$ 64 000,00; Paulo, com R\$ 36 000,00; e Carla, com R\$ 60 000,00. Passado certo tempo, eles venderam a empresa, mas obtiveram apenas R\$ 120 000,00. Qual é a parte que coube a cada um?

Pesquisa estatística

- Quarenta atletas participaram de um teste para um time de voleibol. Com as alturas dos jogadores montou-se a seguinte tabela:

Classe	Altura (m)	Frequência
1	1,5 – 1,6	8
2	1,6 – 1,7	12
3	1,7 – 1,8	7
4	1,8 – 1,9	8
5	1,9 – 2,0	5

- a) A partir dos dados da tabela, monte um histograma.
- b) Passam na primeira fase dos testes os atletas que tiverem altura maior do que ou igual a 1,70 m. Qual foi a porcentagem de reprovados na primeira fase?

13. Veja a seguir os resultados de uma pesquisa feita com os alunos de uma classe do 8º ano sobre o número de horas de uso do computador ou da internet nos fins de semana.

0	1	2	4	1	5	4	5
3	5	2	4	5	4	3	1
3	4	5	3	1	2	1	4
3	2	5	4	2	5	3	2
5	4	1	2	0	5	0	3

- a) Agrupe os dados e elabore uma tabela com as frequências absoluta e relativa.
- b) Quantos alunos ficam diante do computador de 2 a 4 horas? Que porcentagem do total representam?
- c) E quantos ficam menos de 4 horas? Que porcentagem eles representam?

14. Leia o texto.

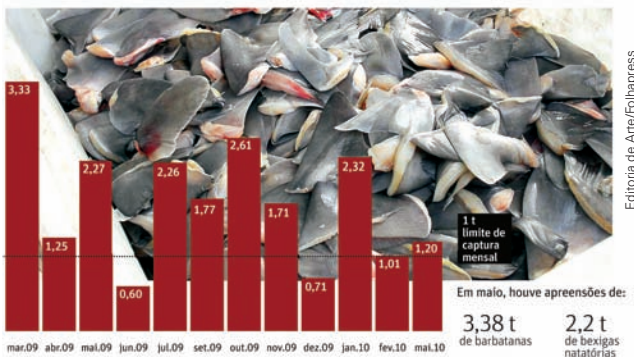
Pesca de tubarão leva a ação de R\$ 1 bi no Pará

Uma empresa de Belém comercializou ilegalmente 24 toneladas de barbatanas de tubarões, segundo documentação levantada pelo Ibama [...]. O crime ambiental equivale ao abate de 280 mil desses animais, de acordo com cálculo da ONG Instituto Justiça Ambiental, que processa a empresa em R\$ 1,38 bilhão pelos danos ambientais [...].

O valor cobrado à empresa Sigel do Brasil pode parecer alto. Mas, segundo Leandro Aranha, chefe da Divisão de Fauna e Pesca do Ibama do Pará, “perto do impacto ambiental, com tubarões sumindo, é até muito pouco”.

PREDADOR PREDADO

Barbatanas de tubarões vendidas pela empresa Sigel no Pará, em toneladas



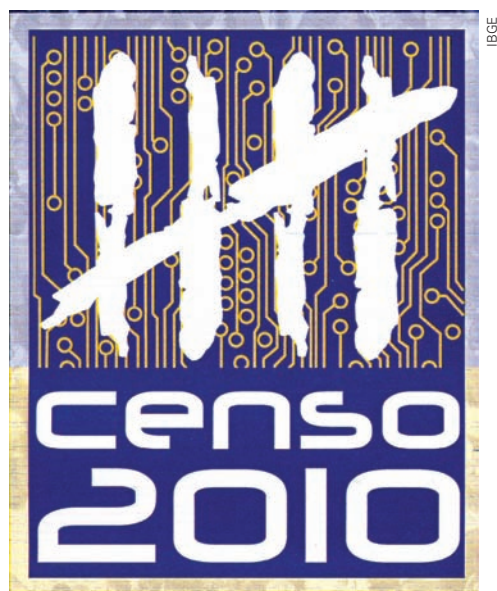
Disponível em: <<http://www1.folha.uol.com.br/ambiente/776276-pesca-de-tubarao-leva-a-acao-de-r-1-bi-no-para.shtml>>. Acesso em: 9 jun. 2011.

Considerando o período analisado, responda às perguntas abaixo.

- a) Em quantos meses a quantidade de tubarões capturados superou o limite estipulado?
- b) Qual porcentagem do total de tubarões pescados supera o limite permitido?
- c) Comente a respeito do impacto ambiental citado pelo chefe da Divisão de Fauna e Pesca do Ibama do Pará, Leandro Aranha.

15. Em 2010, o IBGE realizou o XII Censo Demográfico.

Segundo o IBGE, esse censo constituirá no grande retrato em extensão e profundidade da população brasileira e das suas características socioeconômicas e, ao mesmo tempo, na base sobre a qual deverá se assentar todo o planejamento público e privado da próxima década. O Censo 2010 será um retrato de corpo inteiro do país com o perfil da população e as características de seus domicílios, ou seja, ele nos dirá como somos, onde estamos e como vivemos.



Fonte: <<http://www.censo2010.ibge.gov.br/>>. Acesso em: 9 jun. 2011.

- a) O censo é uma amostragem? Justifique sua resposta.
- b) Cite pelo menos duas vantagens em utilizar a amostragem.
- c) A figura acima representa o logotipo do censo 2010. O que você acha da escolha desse logotipo? Combina com o que foi feito?

Medidas de tendência central

- 16. Considere a série 5, 4, 3, ★, 5, 8, 9, 11, 7, 8.
 - a) Calcule o dado que falta, sabendo que a média aritmética é 7.
 - b) Determine a mediana e a moda dos dados.

17. A tabela abaixo mostra as temperaturas mínimas e máximas de todos os dias de dezembro de 2009 obtidas em uma estação meteorológica na cidade de São Paulo.

Temperaturas mínimas e máximas em dezembro de 2009 (°C)					
Dia	Min.	Máx.	Dia	Min.	Máx.
1	21,0	27,3	17	18,0	29,5
2	21,0	28,5	18	17,3	25,9
3	19,6	30,8	19	17,7	26,1
4	16,9	20,5	20	18,2	30,2
5	16,0	22,7	21	16,5	31,4
6	16,2	26,1	22	15,6	32,0
7	19,0	23,8	23	16,0	29,9
8	17,8	24,0	24	18,5	30,2
9	17,5	22,1	25	19,1	29,7
10	16,8	26,1	26	20,0	28,6
11	19,4	29,0	27	20,2	30,7
12	20,0	28,2	28	20,2	27,6
13	15,5	20,4	29	21,4	26,0
14	14,6	23,2	30	21,2	30,0
15	18,0	27,0	31	19,9	27,9
16	17,6	29,6			

Fonte: <<http://www.estacao.iag.usp.br>>. Acesso em: 9 jun. 2011.


Com base nessas informações, determine o que se pede.

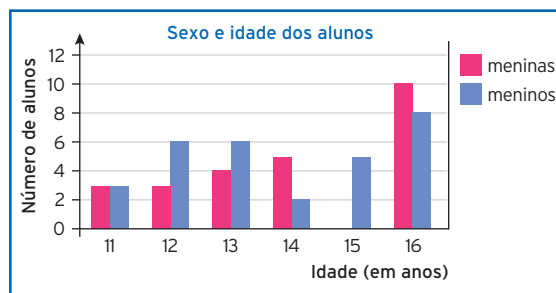
- a) Os dias em que ocorreram a maior e a menor temperatura.
- b) A temperatura média nos dias desse mês.
- c) A mediana das temperaturas médias.
18. Em uma escola, as médias finais de Matemática e Português são calculadas de maneiras diferentes, como mostra a tabela abaixo, em que B_1 , B_2 , B_3 e B_4 correspondem, respectivamente, às notas do 1º, 2º, 3º e 4º bimestre.

Matemática (M)	$\frac{B_1 + 2B_2 + 3B_3 + 4B_4}{10}$
Português (P)	$\frac{B_1 + B_2 + B_3 + B_4}{4}$

A tabela seguinte mostra as notas de um aluno em cada bimestre.

	1º bim.	2º bim.	3º bim.	4º bim.
M	7	6	4	3
P	9	8	2	1

- a) Quais são os tipos de média utilizados?
- b) Se a média para passar direto deve ser maior do que ou igual a 5, esse aluno passará direto nas duas disciplinas? Justifique.
- c)  Discuta com seus colegas como deve ser o desempenho dos alunos nas avaliações de cada disciplina para obter aprovação.
19. Um professor organizou um gráfico de acordo com a idade e o sexo de seus alunos.



- a) Analise os dados do gráfico e calcule o número de meninas, o número de meninos e o número total de alunos.
- b) Determine a moda das idades das meninas e a das idades dos meninos.

Para
**Viver
Juntos**

8

Matemática

ENSINO FUNDAMENTAL 8º ano

Resolução comentada



Samuel Casati



Porcentagem nas relações comerciais

- O valor de R\$ 513,00 corresponde a 100% + 14%, ou seja, 114%; logo, temos a seguinte relação, tal que x é o valor da mensalidade antes do aumento:

$$x \cdot 114\% = 513$$

$$x \cdot \frac{114}{100} = 513$$

$$x = \frac{513 \cdot 100}{114} = 450$$

Portanto, o valor da mensalidade antes do aumento era R\$ 450,00.

- Tomando x como o preço original do produto, e sendo y o valor da adição entre o valor inicial com 50%, temos:

$$y = x + x \cdot 50\% = x + x \cdot \frac{50}{100} =$$

$$= x + \frac{x}{2} = \frac{3x}{2}$$

$$y - y \cdot 20\% = 48$$

$$y - y \cdot \frac{20}{100} = 48$$

$$y - \frac{y}{5} = 48$$

$$\frac{4y}{5} = 48$$

$$y = 48 \cdot \frac{5}{4}$$

$$y = 60$$

Substituindo o valor encontrado para y na equação $y = \frac{3x}{2}$, obtemos:

$$y = \frac{3x}{2}$$

$$60 = \frac{3x}{2}$$

$$x = 60 \cdot \frac{2}{3}$$

$$x = 40$$

Portanto, o preço desse produto era originalmente R\$ 40,00.

- 72 parcelas de R\$ 752,00 correspondem a R\$ 54144,00, ou seja, mais do que o dobro do valor financiado, que foi de R\$ 25000,00. Esse valor corresponde a uma taxa de 2,5% de juros a.m.

Portanto, se uma pessoa comprou um carro nessas condições, na verdade ela estará pagando um pouco mais do que dois carros e levando apenas um, o que contraria sua provável resposta à pergunta sobre se gostaria de pagar por dois produtos e levar apenas um.

- Foram vendidas, no total, 2112 bolinhas ($2400 - 288 = 2112$). Tomando x como a porcentagem de bolinhas vendidas, obtemos:

$$x\% \cdot 2400 = 2112$$

$$x \cdot \frac{1}{100} \cdot 2400 = 2112$$

$$x = \frac{2112}{24} = 88$$

Portanto, foram vendidas 88% das bolinhas que havia no estoque.

Juro

- Por se tratar de juro simples, aplicado por 6 meses, ou seja, metade do ano, então o juro produzido será a metade do que seria o do ano todo:

$$M = 8000 \cdot \left(1 + \frac{0,24}{2}\right) = 8960$$

Ganho obtido: $8960 - 8000$

Portanto, o lucro foi R\$ 960,00.

- Tomando x como o juro referente a cada mês e sabendo que se trata de juro simples, temos:

$$2560 = 1600 \cdot (1 + x \cdot 4)$$

$$2560 = 1600 + 6400x$$

$$x = \frac{960}{6400} = 0,15$$

Portanto, a taxa de juro simples cobrada foi 15% a.m.

- Tomando t como o tempo em anos em que o dinheiro esteve emprestado, e por ser juro simples, temos:

$$16000 + 6480 = 16000 \cdot (1 + 0,27 \cdot t)$$

$$16000 + 6480 - 16000 = 4320t$$

$$t = \frac{6480}{4320} = 1,5$$

Portanto, o dinheiro esteve emprestado durante um período de um ano e meio.

- a) Por se tratar de juro simples, e tomando M_1 como o salário reajustado após o primeiro mês, temos:

$$M_1 = 2000 \cdot (1 + 0,1 \cdot 1) = 2200$$

Portanto, o salário desse trabalhador após o primeiro reajuste era R\$ 2200,00.

- b) Como o segundo reajuste é sobre o primeiro, trata-se de juro composto. Então, tomando M_2 como o salário após o segundo reajuste, temos:

$$M_2 = 2000 \cdot (1 + 0,1)^2 = 2420$$

Portanto, o salário desse trabalhador após o segundo reajuste era R\$ 2420,00.

Outra forma de resolver o problema é aplicar juro simples sobre o valor do salário após o primeiro reajuste.

- c) Tomando M_3 como o salário que sofreu apenas um aumento de 20%, podemos aplicar a fórmula de juro simples; logo:
- $$M_3 = 2000 \cdot (1 + 0,2 \cdot 1) = 2400$$
- Portanto, se o trabalhador tivesse um único reajuste, o seu salário seria R\$ 2400,00.

9. a) Juros compostos.
b) Os valores errados se encontram nos meses: 5, 8 e 11. Abaixo segue a tabela corrigida.

Juros (8%)	
Período após o correntista entrar no cheque especial	1000,0
após 1 mês	1080,0
após 2 meses	1166,4
após 3 meses	1259,7
após 4 meses	1360,5
após 5 meses	1469,3
após 6 meses	1586,9
após 7 meses	1713,8
após 8 meses	1850,9
após 9 meses	1999,0
após 10 meses	2158,9
após 11 meses	2331,6
após 12 meses	2518,2

- c) Entre o 9º e o 10º mês a dívida é duplicada, ou seja, com juros de 8% a.m., o valor de qualquer dívida será duplicado em menos de 1 ano.

10. a) Como se trata de um reajuste de juro sobre juro e considerando M como o preço final do produto, temos:

$$M = 400 \cdot (1 + 0,05)^2 = 441$$

O produto custará R\$ 441,00 após os dois reajustes.

- b) Considerando i como a porcentagem de aumento em relação ao preço inicial, sofrendo apenas um reajuste e aplicando a fórmula de juro simples, temos:

$$441 = 400 \cdot (1 + i \cdot 1)$$

$$441 = 400 + 400i$$

$$i = \frac{41}{400} = 0,1025$$

Portanto, o valor de R\$ 441,00 representa um aumento de 10,25% no preço inicial do produto.

Divisão proporcional

11. O total T gasto para comprar a transportadora foi:

$$T = 64000 + 36000 + 60000 = 160000$$

O valor que cabe a cada um, da venda da transportadora, é proporcional ao valor investido na sua compra, logo:

$$\text{Para Roberta: } 120000 \cdot \frac{64000}{160000} = 48000$$

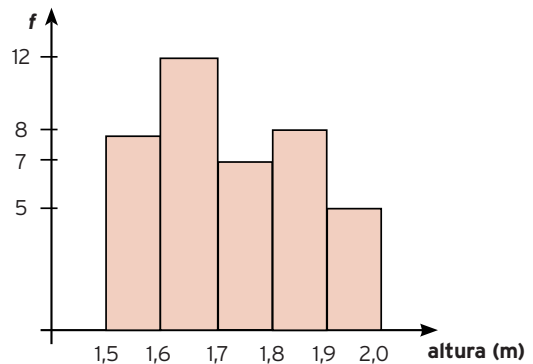
$$\text{Para Paulo: } 120000 \cdot \frac{36000}{160000} = 27000$$

$$\text{Para Carla: } 120000 \cdot \frac{60000}{160000} = 45000$$

Portanto, Roberta recebeu R\$ 48000,00, Paulo recebeu R\$ 27000,00 e Carla recebeu R\$ 45000,00.

Pesquisa estatística

12. a) Deve-se obter um histograma parecido com o seguinte:



- b) De acordo com a tabela, foram aprovados $7 + 8 + 5 = 20$ atletas que têm 1,70 m ou mais. Então, se $\frac{20}{40} = 0,5$, ou seja, 50% dos atletas passaram na primeira fase, temos que 50% foram reprovados na primeira fase dos testes.

13. a) Teremos a seguinte tabela:

Tempo em horas	Frequência absoluta	Frequência relativa
0	3	7,5%
1	6	15%
2	7	17,5%
3	7	17,5%
4	8	20%
5	9	22,5%
Total	40	100%

- b) Temos: $7 + 7 + 8 = 22$

Portanto, 22 alunos ficam entre 2 e 4 horas diante do computador. Para saber a porcentagem desse grupo de alunos, basta adicionar suas respectivas frequências relativas, ou seja, esse grupo de alunos representa 55% do total pesquisado.

- c) Temos: $3 + 6 + 7 + 7 = 23$

Portanto, 23 alunos ficam menos de 4 horas diante do computador. Para saber a porcentagem desse grupo de alunos, basta adicionar suas respectivas frequências relativas, ou seja, esse grupo de alunos representa 57,5% do total pesquisado.

14. a) O total de tubarões capturados superou o limite permitido em 10 dos 12 meses analisados. Somente em junho e dezembro de 2009 o limite não foi ultrapassado.
 b) O limite da pesca de tubarões foi superado em 10 dos 12 meses analisados. Como o limite é 1 tonelada por mês, a quantidade máxima permitida para a pesca nesses 10 meses seria de 10 toneladas. A tabela abaixo mostra a quantidade pescada acima do limite permitido em cada mês:

Mês	Quantidade acima do limite (t)
mar. 09	$3,33 - 1 = 2,33$
abr. 09	$1,25 - 1 = 0,25$
maio 09	$2,27 - 1 = 1,27$
jul. 09	$2,26 - 1 = 1,26$
set. 09	$1,77 - 1 = 0,77$
out. 09	$2,61 - 1 = 1,61$
nov. 09	$1,71 - 1 = 0,71$
jan. 10	$2,32 - 1 = 1,32$
fev. 10	$1,01 - 1 = 0,01$
mai. 10	$1,20 - 1 = 0,20$
Total	9,73

Portanto, a quantidade pescada superou em 9,73 t o limite permitido, o que representa

$$\frac{9,73}{10} = 0,973, \text{ ou seja, ultrapassou}$$

97,3% o limite.

- c) Resposta pessoal. Como exemplo, pode-se citar o desequilíbrio da cadeia alimentar.
15. a) Não. O censo analisa todos os elementos de um grupo (população), e a amostragem é apenas uma parte dos elementos (amostra).
 b) Em relação ao censo, a amostragem é mais rápida e mais barata, e a sua atualização é mais fácil.
 c) O logotipo é composto, em primeiro plano, por marcas de registro feitas a mão, que é uma das maneiras de registrar determinada contagem. Ao fundo há um desenho que representa uma placa de circuito eletrônico, que talvez tenha como objetivo aproximar as técnicas de contagem tradicionais com o uso da tecnologia.

Considerando que a pesquisa utiliza pessoas entrevistando cada lar e que os dados colhidos pelo recenseador foram inseridos imediatamente em computadores de mão, pode-se dizer que o logotipo foi bem escolhido para representar o censo.

Medidas de tendência central

16. a) Tomando x como o valor que falta na série, temos:

$$\frac{5 + 4 + 3 + x + 5 + 8 + 9 + 11 + 7 + 8}{10} = 7$$

$$60 + x = 70$$

$$x = 10$$
 Portanto, o número que falta na série é o 10.
 b) Temos a seguinte série ordenada:
 3, 4, 5, 5, 7, 8, 8, 9, 10, 11
 Logo, a mediana é $\frac{7 + 8}{2} = 7,5$, e a moda são os números 5 e 8.
17. a) A menor temperatura foi $14,6^{\circ}\text{C}$, no dia 14, e a maior foi 32°C , no dia 22.
 b) Temos a seguinte tabela com as médias:

Temperaturas mínimas e máximas em dezembro de 2009 ($^{\circ}\text{C}$)							
Dia	Min.	Máx.	Média	Dia	Min.	Máx.	Média
1	21,0	27,3	24,15	17	18,0	29,5	23,75
2	21,0	28,5	24,75	18	17,3	25,9	21,6
3	19,6	30,8	25,2	19	17,7	26,1	21,9
4	16,9	20,5	18,7	20	18,2	30,2	24,2
5	16,0	22,7	19,35	21	16,5	31,4	23,95
6	16,2	26,1	21,15	22	15,6	32,0	23,8
7	19,0	23,8	21,4	23	16,0	29,9	22,95
8	17,8	24,0	20,9	24	18,5	30,2	24,35
9	17,5	22,1	19,8	25	19,1	29,7	24,4
10	16,8	26,1	21,45	26	20,0	28,6	24,3
11	19,4	29,0	24,2	27	20,2	30,7	25,45
12	20,0	28,2	24,1	28	20,2	27,6	23,9
13	15,5	20,4	17,95	29	21,4	26,0	23,7
14	14,6	23,2	18,9	30	21,2	30,0	25,6
15	18,0	27,0	22,5	31	19,9	27,9	23,9
16	17,6	29,6	23,6				

- c) Colocamos as temperaturas médias em ordem crescente e verificamos que a mediana das temperaturas médias, a qual encontra-se na 16ª posição, é $23,75^{\circ}\text{C}$.
18. a) Na disciplina de Matemática é utilizada a média ponderada, pois se aplicam diferentes pesos em cada bimestre. Na disciplina de Português é utilizada a média aritmética simples, pois não há pesos diferentes nos bimestres.
 b) Média final de Matemática:

$$M = \frac{7 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 3}{10} = \frac{43}{10} = 4,3$$
 Média final de Português:

$$P = \frac{9 + 8 + 2 + 1}{4} = \frac{20}{4} = 5$$
 Portanto, esse aluno não passará direto em Matemática.

- c) Para o aluno não passar dificuldades, as suas médias bimestrais devem ser sempre superiores a 5. As médias ponderadas “melhoram” as notas dos alunos que vão bem e “pioram” as notas dos alunos que vão mal. Repare que, no caso de Matemática, como o aluno foi mal nos bimestres que têm maior peso, as notas do 1º e do 2º bimestres não foram suficientes para ele passar direto, mesmo tendo sido superiores a 5. Já com Português, mesmo que o aluno tenha ido muito mal nos dois últimos bimestres, as notas do 1º e 2º bimestres foram suficientes para ele passar direto. Se a disciplina de Português utilizasse uma média ponderada para o cálculo da nota final, provavelmente esse aluno também não passaria em Português.
19. a) Meninas: $3 + 3 + 4 + 5 + 10 = 25$
Meninos: $3 + 6 + 6 + 2 + 5 + 8 = 30$
Total de alunos: $25 + 30 = 55$
- b) A moda é a idade que tem a maior frequência. No caso, tanto a moda dos meninos quanto a moda das meninas é 16 anos.