

Para
**Viver
Juntos**

8

Matemática

ENSINO FUNDAMENTAL 8º ano

Atividades Complementares



Samuel Casal



Equações

- Resolva as equações, sendo que $x \in \mathbb{Z}$.
 - $(x + 2)^2 - (x - 2) \cdot (x - 2) = 0$
 - $(2x + 3)^2 - (2x + 2) \cdot (2x - 4) = 0$
 - $(x + 1)^2 - \frac{(2x + 2)^2}{4} = 0$
 - $\left(\frac{x}{2} + 2\right)^2 + \left(\frac{x}{2} - 3\right)^2 = \frac{x^2}{2}$
- Faça o que se pede em cada item:
 - Determine a medida do lado do quadrado de área 49 cm^2 .
 - Determine, se possível, o número que pertence ao conjunto dos reais, cujo quadrado é -25 .
 - Determine as medidas dos lados de um retângulo cujo perímetro é 40 cm e o comprimento excede a largura em 4 cm .
 - Determine a área de um retângulo cujo perímetro é 44 cm e o comprimento excede a largura em 2 cm .
 - A área de um quadrado de lado $4x$ é igual à área de um retângulo de largura $2x$ e comprimento $2x + 6$. Calcule as medidas dos lados do quadrado e do retângulo.
 - Qual é o número cuja diferença entre o dobro do quadrado de um número e o quadrado do dobro desse número é igual a -2 ?
 - Determine um número real cujo quadrado menos o próprio número é igual ao quádruplo desse número.

- Resolva as seguintes equações, sendo que $x \in \mathbb{R}$.
 - $10y - 5(1 + y) = 3(2y - 2) - 20$
 - $x(x + 4) + x(x - 4) = 2x^2 + 12$
 - $4x(x + 6) - x^2 = 5x^2$

4. Existem dois números cujo quadrado da soma é um número negativo? Explique.

5. Se alguém lhe pedisse para resolver a equação $(x + 4)^2 = 81$, qual seria a primeira coisa que você faria? Bem, muitos responderiam que a primeira coisa a ser feita é desenvolver " $(x + 4)^2$ ", aplicando os conhecimentos de produtos notáveis. Esse procedimento está correto, mas não será o mais rápido. Alguns tipos de equações podem ser resolvidas com uma mudança de variável. Nesse exemplo podemos substituir $(x + 4)$ por uma outra variável, por exemplo y . Assim:

$$(y)^2 = 81$$

$$y = \sqrt{81}$$

$$y = \pm 9$$

$$\text{Como } (x + 4) = y: (x + 4) = \pm 9$$

Então:

$$(x + 4) = 9 \text{ ou } (x + 4) = -9$$

$$x = 5 \text{ ou } x = -13$$

Portanto, $S = \{-13, 5\}$.

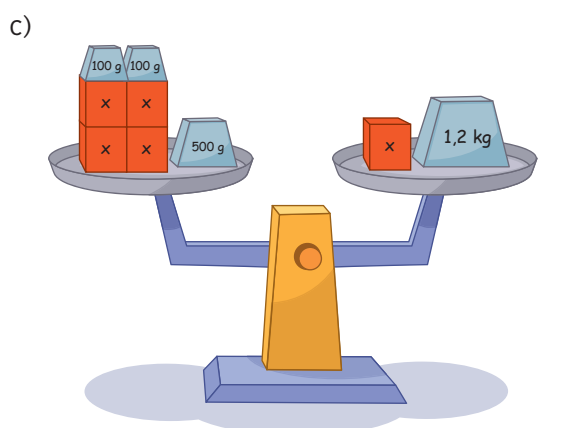
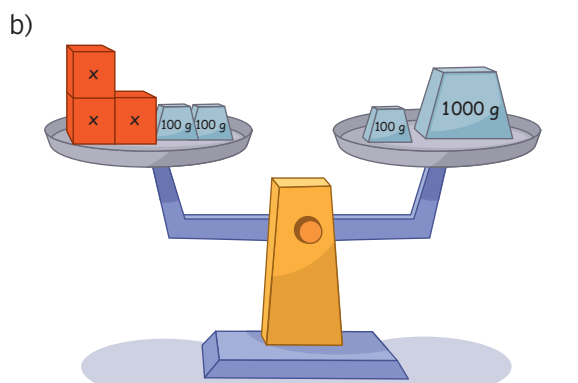
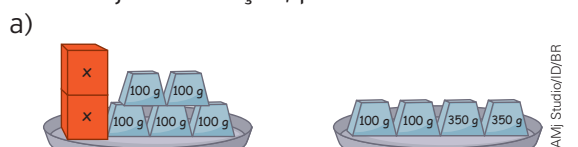
Agora é a sua vez. Resolva as equações abaixo, utilizando uma mudança de variável.

- $(x - 1)^2 = 100$
- $(x - 2)^2 - 2(x - 2) = 0$
- $(x + 4)^2 - 2(x + 4) = 0$
- $(x + \sqrt{2})^2 = 8$
- $(x + \sqrt{3})^2 - 2(x + \sqrt{3}) = 0$
- $\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - 2\left(x - \frac{1}{4}\right) = 0$

6. Resolva as equações abaixo, com soluções nos conjuntos dos números naturais, inteiros e racionais. Utilize uma mudança de variável.

- $9x^2 + 12x + 4 = 25$
- $\frac{x^2}{16} - \frac{x}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

7. Escreva a equação que representa cada situação das balanças nos itens abaixo e determine o conjunto-solução, para $x \in \mathbb{R}$.



8. Para cada um dos itens abaixo escreva a sentença matemática correspondente e responda ao que se pede.
- Existe um número inteiro que adicionado à sete seja igual à diferença desse número e sete?
 - Existe um número inteiro cujo triplo da soma dele com um seja igual a três mais o triplo desse número?
 - Existe um número inteiro cujo dobro dele subtraído de quatro seja menor do que ou igual ao dobro da diferença entre dois e esse número?

Frações algébricas

9. Márcio pinta a parte externa de um sobrado em 10 dias. Fernando faz o mesmo trabalho em x dias. Juntos, eles pintam em 6 dias. Determine quantos dias Fernando demora para pintar o sobrado sozinho.

10. Simplifique as seguintes frações algébricas.

a) $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$

b) $\frac{x^2 + 4y^2}{x + 2y}$

c) $\frac{3x^3 + 3}{3x + 3}$

d) $\frac{x^3 - 1}{4x - 4}$

e) $\frac{x^3 - 27}{2x^2 + 18 - 12x}$

11. Resolva as seguintes equações fracionárias em \mathbb{R} , indicando as restrições.

a) $\frac{2}{x + 3} = \frac{-1}{2x + 2}$

b) $\frac{5x - 2}{x} = 3$

c) $\frac{3x - 2}{x + 2} = \frac{x + 5}{x + 2}$

d) $\frac{1}{x + 1} - \frac{x}{x - 1} = \frac{1}{x^2 - 1}$

12. A densidade d de um corpo é determinada pela razão entre a sua massa m e o seu volume v : $d = \frac{m}{v}$. Um corpo de massa 1200 g e volume inicial $x \text{ cm}^3$ sofre dilatação de modo que a sua densidade é diminuída de 100 g/cm^3 e a densidade final fica igual a 50 g/cm^3 . Qual é o volume anterior à dilatação desse corpo?

13. Em uma aula de computação, Eva criou um programa que, dado um número inteiro positivo n , calcula a divisão do quadrado desse número por seu sucessor.



Eastwest Imaging/Dreamstime.com

- Que resultado o programa indica quando o valor n é 3?
- Escreva uma fração algébrica que represente o cálculo efetuado por esse programa.

14. Simplifique as frações algébricas.

a) $\frac{a^3b - a^2b^2 + ab^3}{a^4b}$

b) $\frac{y + 5}{y^2 - 25}$

c) $\frac{x^2 - 4xy + 4y^2}{x^2 - 2xy + 2x - 4y}$

15. Indique o conjunto universo das equações fracionárias e resolva-as.

a) $\frac{2}{x - 1} = \frac{7}{8}$

b) $\frac{1}{x} + 3 = \frac{3}{2x}$

c) $\frac{2}{x + 1} - 3 = \frac{1}{x + 1}$

d) $\frac{x + 2}{x + 1} - \frac{3}{x^2 - 1} = 1$

Sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas

16. Dados os sistemas de equações com duas incógnitas abaixo, verifique se possuem solução em \mathbb{R} . Justifique a resposta.

a) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$

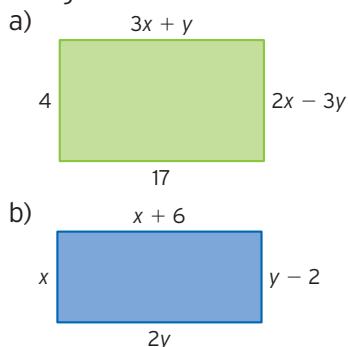
c) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x + y = -1 \end{cases}$

17. Resolva em \mathbb{R} o sistema de equações abaixo pelo método gráfico.

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x - 2y = 2 \end{cases}$$

18. Luísa devia fazer um trabalho para a escola. Para cumprir o prazo dado pela professora, ela planejou fazer seis páginas por dia. Entretanto, somente começou o trabalho oito dias depois do previsto. Por causa disso, precisou fazer quatro páginas a mais por dia, e conseguiu terminar o trabalho a tempo. Qual foi o prazo dado pela professora? Quantas páginas tinha o trabalho?

19. Determine os valores de x e y nos retângulos a seguir.

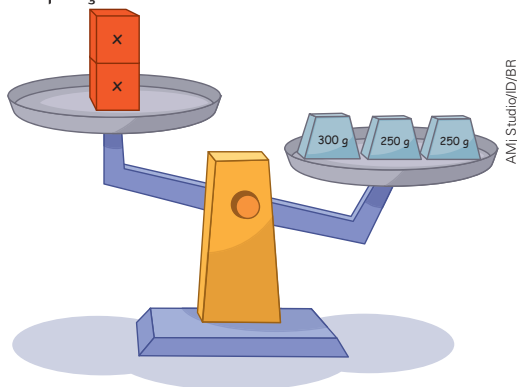


20. A soma dos dois algarismos de um número é 8. Adicionando 18 unidades a esse número, o resultado é formado pelos mesmos algarismos em ordem inversa. Determine esse número.
21. Olga tem em sua carteira cédulas de R\$ 5,00 e de R\$ 10,00, que totalizam R\$ 100,00. Se ela tem 13 cédulas, quantas são de cada tipo? Escreva o sistema de equações apropriado e resolva-o.
22. Um hotel tem quartos com uma cama e quartos com duas camas. No total são 50 quartos e 87 camas. Quantos são os quartos com uma cama? Quantos são os quartos com duas camas?

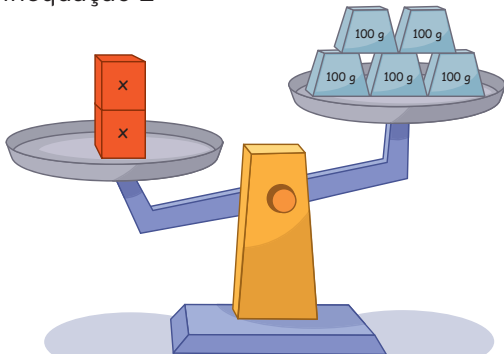
Sistema de inequações do 1º grau com uma incógnita

23. Resolva os seguintes sistemas de inequações e determine o conjunto-solução, para $x \in \mathbb{R}$.

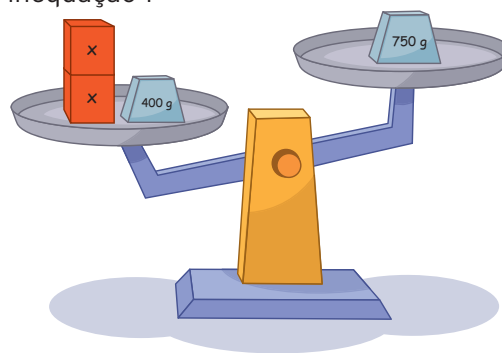
a) inequação 1



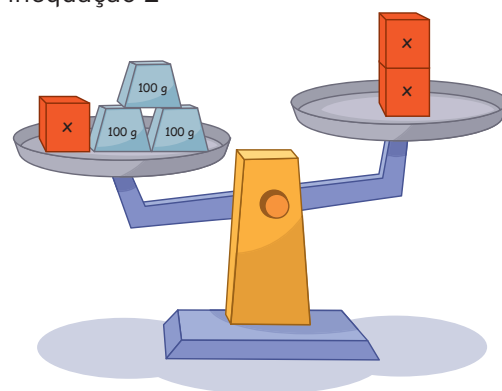
inequação 2



b) inequação 1



inequação 2



24. Resolva o seguinte sistema de inequações em \mathbb{R} :

$$\begin{cases} \frac{3x - 2}{2} - 5 < 0 \\ \frac{1 - x}{5} - \frac{x - 1}{4} < 0 \end{cases}$$

25. Resolva o seguinte sistema de inequações em \mathbb{Z} :

$$\begin{cases} \frac{3x - 4}{5} > \frac{x}{5} \\ \frac{x}{4} < \frac{1 - 2x}{2} \end{cases}$$

Para
**Viver
Juntos**

8

Matemática

ENSINO FUNDAMENTAL 8º ano

Resolução comentada



Samuel Casali



Equações

1. a) $(x + 2)^2 - (x - 2) \cdot (x - 2) = 0$
 $x^2 + 4x + 4 - (x^2 - 4x + 4) = 0$
 $x^2 + 4x + 4 - x^2 + 4x - 4 = 0$
 $8x = 0$
 $x = 0$
 $S = \{0\}$
- b) $(2x + 3)^2 - (2x + 2) \cdot (2x - 4) = 0$
 $4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 + 8x - 4x + 8 = 0$
 $16x = -17$
 $x = -\frac{17}{16}$
 Como $-\frac{17}{16} \notin \mathbb{Z}$ a solução é vazia:
 $S = \emptyset$ ou $S = \{ \}$
- c) $(x + 1)^2 - \frac{(2x + 2)^2}{4} = 0$
 $x^2 + 2x + 1 - \frac{(4x^2 + 8x + 4)}{4} = 0$
 $x^2 + 2x + 1 - x^2 - 2x - 1 = 0$
 $0x = 0$
 Assim a solução é indeterminada, pois possui infinitas soluções:
 $S = \mathbb{Z}$
- d) $\left(\frac{x}{2} + 2\right)^2 + \left(\frac{x}{2} - 3\right)^2 = \frac{x^2}{2}$
 $\frac{x^2}{4} + 2x + 4 + \frac{x^2}{4} - 3x + 9 = \frac{x^2}{2}$
 $-x = -13$
 $x = 13$
 $S = \{13\}$
2. a) $x^2 = 49$
 $x = \pm 7$
 Portanto, a medida do lado do quadrado com área 49 cm^2 é 7 cm.
- b) $x^2 = -25$.
 Não existe um número pertencente ao conjunto dos números reais cujo quadrado é -25 , pois qualquer número elevado ao quadrado resulta em um número positivo.
- c) $2 \cdot (x + x + 4) = 40$
 $2x + 4 = 20$
 $x = 8$
 Portanto, os lados têm medidas 8 cm e 12 cm.
- d) $2(x + x + 2) = 44$
 $2x + 2 = 22$
 $x = 10$
 Os lados do retângulo medem 10 cm e 12 cm. Portanto, a área do retângulo será $10 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} = 120 \text{ cm}^2$.
- e) $(4x)^2 = 2x(2x + 6)$
 $16x^2 = 4x^2 + 12x$
 $12x^2 - 12x = 0$

$12x(x - 1) = 0$
 $12x = 0$
 $x = 0$
 ou $x - 1 = 0$, ou seja, $x = 1$
 Como $4x$ representa o lado do quadrado, $x \neq 0$. A solução é $x = 1$.

Portanto, o lado L do quadrado mede:
 $L = 4x = 4 \text{ cm}$

Os lados do retângulo medem:
 $2x = 2$ e $2x + 6 = 8$

- f) $2x^2 - (2x)^2 = -2$
 $-2x^2 = -2$
 $x^2 = 1$
 $x = \pm 1$
 O número é -1 ou 1 .

- g) $x^2 - x = 4x$
 $x^2 - 5x = 0$
 $x(x - 5) = 0$
 $x = 0$ ou $x = 5$

3. a) $10y - 5(1 + y) = 3(2y - 2) - 20$
 $10y - 5 - 5y = 6y - 6 - 20$
 $-y = -21$
 $y = 21$
 $S = \{21\}$
- b) $x(x + 4) + x(x - 4) = 2x^2 + 12$
 $x^2 + 4x + x^2 - 4x = 2x^2 + 12$
 $0x = 12$
 $S = \{ \}$
- c) $4x(x + 6) - x^2 = 5x^2$
 $4x^2 + 24x - x^2 = 5x^2$
 $3x^2 - 5x^2 + 24x = 0$
 $-2x^2 + 24x = 0$
 $-2x(x - 12) = 0$
 $-2x = 0$ ou $x - 12 = 0$
 $x = 0$ ou $x = 12$
 $S = \{0, 12\}$

4. Não existem dois números cujo quadrado da soma é um número negativo, pois qualquer número elevado ao quadrado resulta em um número positivo.
 Exemplo:
 Se $a > 0$:
 $(x + y)^2 = -a$
 $(x + y) = \sqrt{-a}$
 O que é impossível, pois $a > 0$.

5. a) $(x - 1)^2 = 100$
 Para $x - 1 = y$
 $y^2 = 100$
 $y = \pm 10$

Portanto:

$$x - 1 = 10 \text{ ou } x - 1 = -10$$

$$x = 11 \text{ ou } x = -9$$

$$S = \{-9, 11\}$$

b) $(x - 2)^2 - 2(x - 2) = 0$

Para $x - 2 = y$

$$y^2 - 2y = 0$$

$$y(y - 2) = 0$$

$$y = 0 \text{ ou } y = 2$$

Portanto:

$$x - 2 = 0 \text{ ou } x - 2 = 2$$

$$x = 2 \text{ ou } x = 4$$

$$S = \{2, 4\}$$

c) $(x + 4)^2 - 2(x + 4) = 0$

Para $x + 4 = y$

$$y^2 - 2y = 0$$

$$y(y - 2) = 0$$

$$y = 0 \text{ ou } y = 2$$

Portanto:

$$x + 4 = 0 \text{ ou } x + 4 = 2$$

$$x = -4 \text{ ou } x = -2$$

$$S = \{-4, -2\}$$

d) $(x + \sqrt{2})^2 = 8$

Para $x + \sqrt{2} = y$

$$y^2 = 8$$

$$y = \pm 2\sqrt{2}$$

$$y = -2\sqrt{2} \text{ ou } y = 2\sqrt{2}$$

Portanto:

$$x + \sqrt{2} = -2\sqrt{2} \text{ ou } x + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$x = -3\sqrt{2} \text{ ou } x = \sqrt{2}$$

$$S = \{-3\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$$

e) $(x + \sqrt{3})^2 - 2(x + \sqrt{3}) = 0$

Para $x + \sqrt{3} = y$

$$y^2 - 2y = 0$$

$$y(y - 2) = 0$$

$$y = 0 \text{ ou } y = 2$$

Portanto:

$$x + \sqrt{3} = 0 \text{ ou } x + \sqrt{3} = 2$$

$$x = -\sqrt{3} \text{ ou } x = 2 - \sqrt{3}$$

$$S = \{-\sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}\}$$

f) $\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - 2\left(x - \frac{1}{4}\right) = 0$

Para $x - \frac{1}{4} = y$

$$y^2 - 2y = 0$$

$$y(y - 2) = 0$$

$$y = 0 \text{ ou } y = 2$$

Portanto:

$$x - \frac{1}{4} = 0 \text{ ou } x - \frac{1}{4} = 2$$

$$x = \frac{1}{4} \text{ ou } x = \frac{9}{4}$$

$$S = \left\{\frac{1}{4}, \frac{9}{4}\right\}$$

6. a) $9x^2 + 12x + 4 = 25$

$$(3x + 2)^2 = 5^2$$

$$3x + 2 = 5 \text{ ou } 3x + 2 = -5$$

$$x = 1 \text{ ou } x = -\frac{7}{3}$$

$$S = \left\{-\frac{7}{3}, 1\right\}$$

b) $\frac{x^2}{16} - \frac{x}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

$$\left(\frac{x}{4} - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$\frac{x}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \text{ ou } \frac{x}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$$

$$x = 3 \text{ ou } x = 1$$

$$S = \{1, 3\}$$

7. a) $2x + 500 = 900$

$$x = 200$$

$$S = \{200\}$$

b) $3x + 200 = 1100$

$$x = 300$$

$$S = \{300\}$$

c) $4x + 700 = x + 1200$

$$3x = 500$$

$$x = \frac{500}{3}$$

8. a) $x + 7 = x - 7$

$$0x = -14$$

Portanto, não existe um número inteiro que adicionado a sete seja igual à diferença desse número e sete.

b) $3(x + 1) = 3 + 3x$

$$3x + 3 = 3 + 3x$$

$$0x = 0$$

Portanto, infinitos valores satisfazem a equação.

c) $2x - 4 \leq 2(2 - x)$

$$2x - 4 \leq 4 - 2x$$

$$4x \leq 8$$

$$x \leq 2$$

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\}$$

Frações algébricas

9. Se t corresponde ao trabalho executado e x ao tempo que Fernando demora para executar o trabalho, temos:

$$\frac{t}{10} + \frac{t}{x} = \frac{t}{6}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{x} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{3x}{30x} + \frac{30}{30x} = \frac{5x}{30x}$$

$$2x = 30$$

$$x = 15$$

Fernando demora 15 dias para pintar sozinho a parte externa do sobrado.

10. a) $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1} = \frac{(x + 1)^2}{x + 1} = x + 1$
 b) $\frac{x^2 + 4y^2}{x + 2y} = \frac{(x + 2y) \cdot (x - 2y)}{x + 2y} = x - 2y$
 c) $\frac{3x^3 + 3}{3x + 3} = \frac{3(x^3 + 1)}{3(x + 1)} = \frac{(x + 1) \cdot (x^2 - x + 1)}{x + 1} = x^2 - x + 1$
 d) $\frac{x^3 - 1}{4x - 4} = \frac{(x - 1) \cdot (x^2 + x + 1)}{4(x - 1)} = \frac{x^2 + x + 1}{4}$
 e) $\frac{x^3 - 27}{2x^2 + 18 - 12x} = \frac{(x - 3) \cdot (x^2 + 3x + 9)}{2(x - 3)^2} = \frac{x^2 + 3x + 9}{2(x - 3)}$

11. a) $\frac{2}{x + 3} = \frac{-1}{2x + 2}$
 restrição: $x \neq -1$ e $x \neq -3$
 $\frac{2}{x + 3} = \frac{-1}{2x + 2}$
 $2(2x + 2) = -1(x + 3)$
 $4x + 4 = -x - 3$
 $5x = -7$
 $x = \frac{-7}{5}$
 $S = \left\{ \frac{-7}{5} \right\}$

b) $\frac{5x - 2}{x} = 3$
 restrição: $x \neq 0$
 $\frac{5x - 2}{x} = 3$
 $5x - 2 = 3x$
 $2x = 2$
 $x = 1$
 $S = \{1\}$

c) $\frac{3x - 2}{x + 2} = \frac{x + 5}{x + 2}$
 restrição: $x \neq -2$
 $\frac{3x - 2}{x + 2} = \frac{x + 5}{x + 2}$
 $3x - 2 = x + 5$
 $2x = 7$
 $x = \frac{7}{2}$
 $S = \left\{ \frac{7}{2} \right\}$

d) $\frac{1}{x + 1} - \frac{x}{x - 1} = \frac{1}{x^2 - 1}$
 restrição: $x \neq \pm 1$
 $\frac{1}{x + 1} - \frac{x}{x - 1} = \frac{1}{x^2 - 1}$
 $\frac{x - 1 - x(x + 1)}{x^2 - 1} = \frac{1}{x^2 - 1}$
 $x - 1 - x^2 - x = 1$
 $-x^2 = 2$
 $x^2 = -2$
 $S = \emptyset$

12. $d = \frac{m}{v}$
 $d_i = \frac{m_i}{v_i}$
 $d_f + 100 = \frac{m_i}{v_i}$
 $50 + 100 = \frac{1200}{x}$
 $150x = 1200$
 $x = 8 \text{ cm}^3$

13. a) $\frac{3^2}{4} = 2,25$
 b) $\frac{n^2}{n + 1}$

14. a) $\frac{a^3b - a^2b^2 + ab^3}{a^4b} = \frac{ab(a^2 - ab + b^2)}{a^4b} = \frac{a^2 - ab + b^2}{a^3}$

b) $\frac{y + 5}{y^2 - 25} = \frac{y + 5}{(y + 5) \cdot (y - 5)} = \frac{1}{y - 5}$

c) $\frac{x^2 - 4xy + 4y^2}{x^2 + 2xy + 2x - 4y} = \frac{(x - 2y)^2}{x(x - 2y) + 2(x - 2y)} = \frac{(x - 2y)^2}{(x - 2y)(x + 2y)} = \frac{x - 2y}{x + 2y}$

15. a) $\frac{2}{x - 1} = \frac{7}{8}$
 $x \neq 1$
 $7x - 7 = 16$
 $x = \frac{23}{7}$

b) $\frac{1}{x} + 3 = \frac{3}{2x}$
 $x \neq 0$
 $\frac{2}{2x} + \frac{6x}{2x} = \frac{3}{2x}$
 $6x = 1$
 $x = \frac{1}{6}$

c) $\frac{2}{x + 1} - 3 = \frac{1}{x + 1}$
 $x \neq -1$
 $\frac{2}{x + 1} - \frac{3x + 3}{x + 1} = \frac{1}{x + 1}$
 $2 - 3x - 3 = 1$
 $x = \frac{-2}{3}$

d) $\frac{x + 2}{x + 1} - \frac{3}{x^2 - 1} = 1$
 $x \neq \pm 1$
 $\frac{(x - 1) \cdot (x + 2) - 3}{(x + 1) \cdot (x - 1)} = \frac{x^2 - 1}{(x + 1) \cdot (x - 1)}$
 $x^2 + 2x - x - 2 - 3 = x^2 - 1$
 $x - 5 = -1$
 $x = 4$

Sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas

16. a) Adicionando as equações, obtemos:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$$

$$3x = 3$$

$$x = 1$$

Substituindo na primeira equação, obtemos:

$$x + y = 4$$

$$1 + y = 4$$

$$y = 3$$

$$S = \{1, 3\}$$

b) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} x = 4 - y \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$

Substituindo a primeira equação na segunda, obtemos:

$$2(4 - y) + 2y = 8$$

$$8 - 2y + 2y = 8$$

$$0y = 0$$

Verifica-se que o sistema possui infinitas soluções, portanto, o sistema é indeterminado.

$$S = \mathbb{R}$$

c) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x + y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 - y \\ x + y = -1 \end{cases}$

Substituindo a primeira equação na segunda, obtemos:

$$(5 - y) + y = -1$$

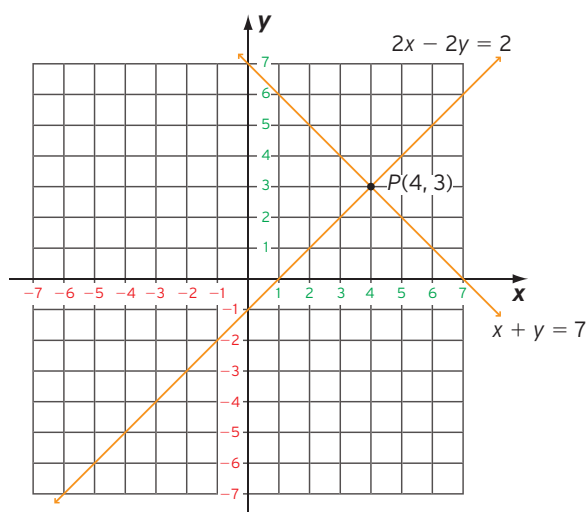
$$5 - y + y = -1$$

$$0y = -6$$

Verifica-se que a equação não possui solução, logo o sistema é impossível.

$$S = \emptyset$$

17.



Portanto, a solução do sistema é o ponto em que os gráficos das duas equações se inter-

sectam. Pelo gráfico temos $x = 4$ e $y = 3$, que é a solução do sistema.

18. x : número de dias de leitura

y : número total de páginas

$$y = 6x$$

$$y = 10(x - 8) = 10x - 80$$

$$10x - 80 = 6x$$

$$4x = 80$$

$$x = 20$$

O prazo da professora foi de 20 dias.

$$y = 6x = 6 \cdot 20 = 120$$

O trabalho tinha 120 páginas.

19. a) $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 3x + y = 17 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ (3x + y = 17) \cdot 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 9x + 3y = 51 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 9x + 3y = 51 \end{cases}$$

$$\frac{11x}{x} = \frac{55}{5}$$

Retomando a equação $3x + y = 17$, substituímos o valor encontrado de x .

$$3 \cdot 5 + y = 17$$

$$15 + y = 17$$

$$y = 2$$

b) $\begin{cases} x + 6 = 2y \\ x = y - 2 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x - 2y = -6) \cdot (-1) \\ x - y = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x + 2y = 6 \\ x - y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x + 2y = 6 \\ x - y = -2 \end{cases}$$

$$y = 4$$

Substituindo y em $x + 6 = 2y$, obtemos:

$$x + 6 = 2 \cdot 4$$

$$x = 2$$

20. Supondo que o número é XY , sendo X o número da dezena e Y o número da unidade.

Desse modo o valor do número será:

$$XY = 10x + y$$

Sabemos que a soma dos algarismos é 8, assim $x + y = 8$

Ao adicionarmos 18 unidades ao número XY , obtemos o número $YX = 10y + x$. Assim temos:

$$(XY) + 18 = (YX)$$

$$(10x + y) + 18 = (10y + x)$$

$$9x - 9y + 18 = 0$$

$$9(x - y) = -18$$

$$x - y = -2$$

Temos, assim, duas equações que relacionam x e y .

$$\begin{cases} x - y = -2 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

Assim, ao adicionarmos ambas, temos:

$$\begin{cases} x - y = -2 \\ x + y = 8 \\ \hline 2x = 6 \\ x = 3 \end{cases}$$

Substituindo na segunda equação:

$$\begin{aligned} 3 + y &= 8 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

Portanto o número formado XY será:

$$XY = 10x + y = 10 \cdot 3 + 5 = 35$$

21. x: quantidade de cédulas de 5 reais
y: quantidade de cédulas de 10 reais
Assim, temos duas equações do enunciado:

$$\begin{cases} 5x + 10y = 100 \\ x + y = 13 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x + 10y = 100 \\ (x + y = 13) \cdot (-5) \Rightarrow \begin{cases} -5x - 5y = -65 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 10y = 100 \\ -5x - 5y = -65 \\ \hline 5y = 35 \\ y = 7 \end{cases}$$

Substituindo esse valor em $x + y = 13$, obtemos:

$$\begin{aligned} x + 7 &= 13 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

Assim, Olga tem, em sua carteira, 6 cédulas de 5 reais e 7 cédulas de 10 reais.

22. x: quantidade de quartos com uma cama
y: quantidade de quartos com duas camas
Do enunciado temos as seguintes equações:

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ x + 2y = 87 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x + y = 50) \cdot (-1) \Rightarrow \begin{cases} -x - y = -50 \\ x + 2y = 87 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x - y = -50 \\ x + 2y = 87 \\ \hline y = 37 \end{cases}$$

Substituindo o valor de y na primeira equação, obtemos:

$$\begin{aligned} x + y &= 50 \\ x + 37 &= 50 \\ x &= 13 \end{aligned}$$

O hotel tem 13 quartos com uma cama e 37 quartos com duas camas.

Sistema de inequações do 1º grau com uma incógnita

23. a) inequação 1:

$$\begin{aligned} 2x &< 800 \\ x &< 400 \end{aligned}$$

inequação 2:

$$\begin{aligned} 2x &> 500 \\ x &> 250 \end{aligned}$$

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid 250 < x < 400\}$$

- b) inequação 1:

$$\begin{aligned} 2x + 400 &> 750 \\ x &> 175 \end{aligned}$$

inequação 2:

$$\begin{aligned} x + 300 &> 2x \\ x &< 300 \end{aligned}$$

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid 175 < x < 300\}$$

24. I. $\frac{3x-2}{2} - 5 < 0$

$$\frac{3x-2}{2} - \frac{10}{2} < 0$$

$$\frac{3x-12}{2} < 0$$

$$3x < 12$$

$$x < 4$$

- II. $\frac{1-x}{5} - \frac{x-1}{4} < 0$

$$\frac{4-4x}{20} - \frac{5x-5}{20} < 0$$

$$4-4x-5x+5 < 0$$

$$-9x < -9$$

$$x > 1$$

Pelas duas soluções, temos:

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 4\}$$

25. I. $\frac{3x-4}{5} > \frac{x}{4}$

$$\frac{12x-16}{20} - \frac{5x}{20} > 0$$

$$7x-16 > 0$$

$$7x > 16$$

$$x > \frac{16}{7}$$

- II. $\frac{x}{4} < \frac{1-2x}{2}$

$$\frac{x}{4} - \frac{1-2x}{2} < 0$$

$$\frac{x-2+4x}{4} < 0$$

$$5x-2 < 0$$

$$x < \frac{2}{5}$$

Pelas duas soluções percebemos que não existe intersecção, pois, em I,

$$x > \frac{16}{7} = \frac{80}{35} \text{ e, em II, } x < \frac{2}{5} = \frac{14}{35}.$$

$$S = \emptyset$$