

Para
**Viver
Juntos**

8

Matemática

ENSINO FUNDAMENTAL 8º ano

Atividades Complementares



Samuel Casal



Polinômios

1. Complete a tabela.

x	x ²	x ² + x ²	x ⁴	2x ²
1				
4				
10				
22				

Observe a tabela e verifique qual das afirmações abaixo está correta.

- a) $x^2 + x^2 = x^4$
- b) $x^2 + x^2 = 2x^2$

2. Considere os monômios apresentados a seguir.

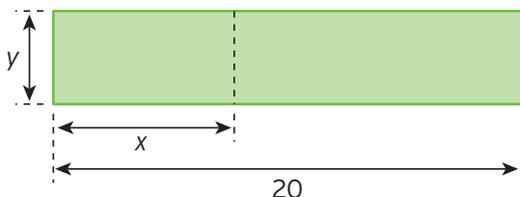
$2x^3y$
 $8x^2y$
 $-4x^3y$
 xy^3
 $\frac{x^2y^2}{6}$

- a) Qual é o termo cujo coeficiente numérico é -4 ?
- b) Quais termos são semelhantes?
- c) Qual é o termo cujo coeficiente numérico é 1 ?
- d) Qual é o termo cuja parte literal é x^2y ?
- e) Qual é o termo cujo coeficiente numérico é $\frac{1}{6}$?

3. Simplifique as expressões, reduzindo os termos semelhantes.

- a) $3p^3 + 17p^3 - 9p^3$
- b) $7x^2y^2 + x^3y - 6x^3y + x^2y^2$
- c) $7x^2 - 8x + 3 - 5x^2 + x + 3$
- d) $\frac{a^2}{3} + \frac{5b}{3} - 3a^2 + \frac{a^2}{2} - \frac{b}{4}$
- e) $\frac{y}{3} + 2y - \frac{5y}{6} + \frac{y}{2}$

4. Dois irmãos herdaram um terreno retangular, com 20 metros de frente por y metros de fundo. O terreno foi dividido em dois lotes, como mostra a figura. O lote de Celso é o que tem x metros de frente, e o de Marcela, o outro.



- a) Quantos metros tem a frente do lote de Marcela?
- b) Que polinômio representa o perímetro do lote de Marcela?

5. Utilize a propriedade distributiva para calcular os produtos indicados em cada item.

- a) $2p \cdot (3p + 8)$
- b) $7x^2 \cdot (x^2 - 3x + 2)$
- c) $-5yz^2 \cdot (y - 3z^4)$
- d) $2b^3c^2d^5 \cdot (4b^2c^3 - bc^3d + 3c^4d^2)$

6. Efetue as seguintes divisões.

- a) $14x^5 : 7x^2$
- b) $(-20a^6b^3) : 4a^6b$
- c) $30p^3q^2 : (-5p^3q^2)$
- d) $16,72x^6y^7z^3 : 2,2x^5y^2$
- e) $\frac{2ab^6}{15} : \frac{b^5}{3}$

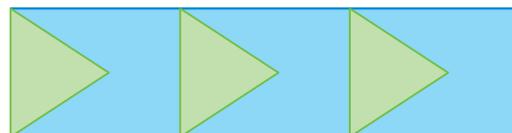
7. Qual é o quociente da divisão do polinômio $18y^9 + 24y^5 - 3y^4 + 6y^3$ por $3y^2$?

8. Determine o quociente e o resto da divisão do polinômio $4x^4 + 2x^3 - x^2 + 1$ por $x - 2$.

9. A figura abaixo mostra um conjunto, com duas peças, de um tipo de azulejo decorativo e suas dimensões em centímetros.

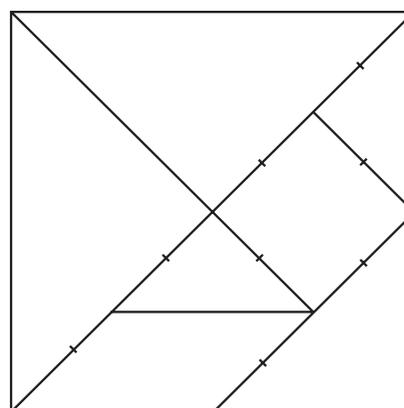


Quando instalados, os conjuntos formam uma faixa e são colocados a uma altura de 1,5 m, em todo o perímetro do ambiente.

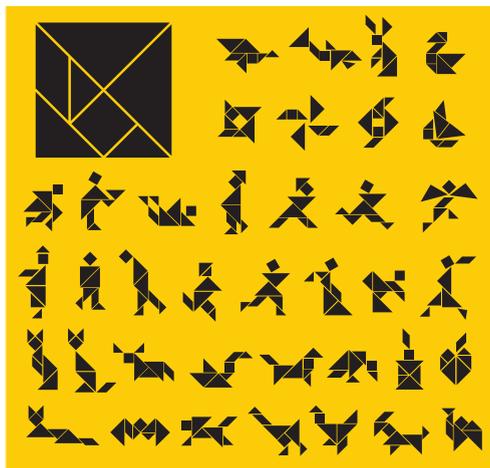


Em um banheiro de 2 m × 3 m, com uma porta de 80 cm de largura, foram utilizados 46 conjuntos. Determine o perímetro de cada peça do conjunto.

10. Tangram é um quebra-cabeça chinês formado por 5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo.



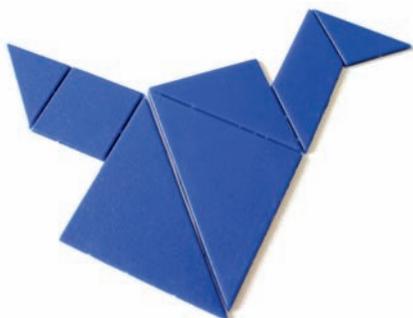
Utilizando as 7 peças, sem sobrepô-las, é possível montar formas de animais, plantas e pessoas. A figura a seguir mostra algumas dessas figuras.



ID/BR

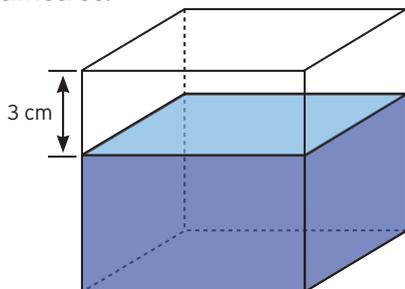
Considere que os lados indicados na primeira figura têm medida x .

- Determine a área do quadrado maior.
- Determine o perímetro do paralelogramo.
- Determine a área da figura a seguir, formada com as mesmas peças dos itens anteriores e considerando $x = 2$ cm.



Johnny Lye/Shutterstock

- A figura abaixo representa um aquário com formato de paralelepípedo de altura $4x$ centímetros, cuja base é um quadrado de lado x centímetros.



Desconsiderando a espessura do vidro, determine o volume do líquido contido no aquário.

- Algumas válvulas de descarga são projetadas de modo que sejam ecológicas e tenham um *design* moderno. A foto a seguir mostra uma válvula com dois botões, um que libera 6 litros de água e outro que libera 3 litros. A válvula tem $(2 + a)$ centímetros de largura e $(2 + b)$ centímetros de altura e está instalada entre quatro azulejos com $2a + 4$ centímetros de base e $3b$ centímetros de altura cada um.



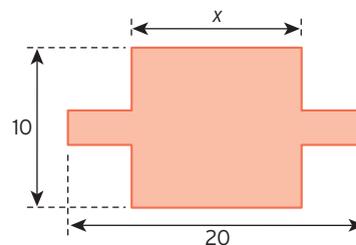
Hadrian/Shutterstock

Determine a área dos quatro azulejos que não é ocupada pela válvula.

Produtos notáveis

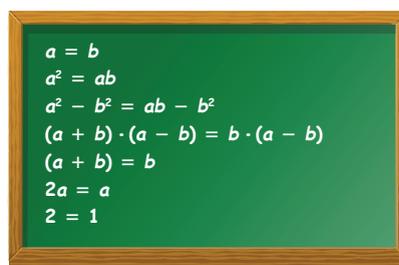
- Simplifique cada uma das expressões a seguir.
 - $(c + 5)^2 + (c - 5)$
 - $(2xy + 1)^2 - (x + 2y)^2$
 - $\frac{(2a + 3)^2 - (3 - 2a)^2}{6a}$
 - $(3a - b + 2c) \cdot (3a - b - 2c)$
- Bruno escreveu a expressão a seguir para o desafio de álgebra da escola.

$$(x + 1) \cdot (x - 1) \cdot (x^2 + 1) \cdot (x^4 + 1) \cdot (x^8 + 1)$$
 Simplifique a expressão de Bruno usando o produto da soma pela diferença de dois termos.
- Foram recortados quatro quadrados idênticos dos cantos de um retângulo cujos lados têm medidas 10 e 20.



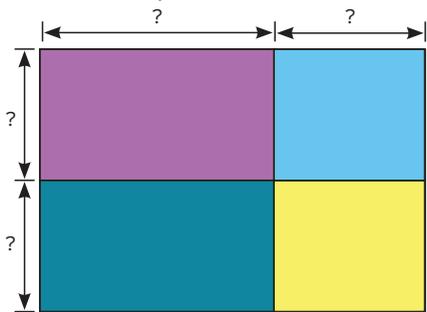
Se a distância, indicada na figura, entre os lados de dois dos quadrados é x , escreva o polinômio que representa a área da figura obtida.

- Desenvolva as expressões a seguir.
 - $(a + 4)^3$
 - $(5x - 3)^3$
- Um aluno, estudando as propriedades dos produtos notáveis e da fatoração, chegou à conclusão de que $2 = 1$.

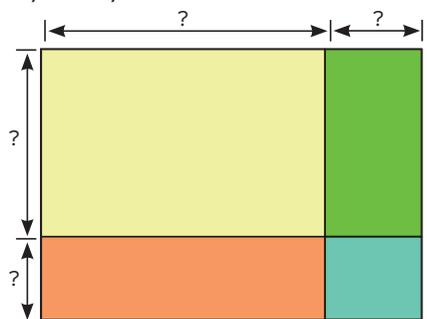


Encontre o erro na demonstração do aluno.

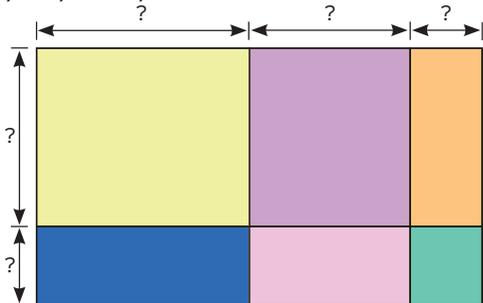
18. Sendo x um número real, tal que $x + \frac{1}{x} = 8$, obtenha os valores numéricos de:
- a) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ b) $x^3 + \frac{1}{x^3}$
19. Considere dois números inteiros quaisquer. A diferença entre o quadrado da soma e a soma dos quadrados desses números pode ser 12. Justifique tal afirmação.
20. Utilizando um dos casos de fatoração, simplifique as expressões algébricas que representam a área total de cada figura e determine as medidas indicadas.



b) $xy + y^2 + 4y + 4x$



c) $xy + y^2 + 4y + 2x + 4$



21. Sejam x e y dois números de modo que $x + y = 7$ e $x \cdot y = 10$. Determine o valor de $x^2 + y^2$.

Fatoração

22. Fatore os polinômios abaixo colocando um fator comum em evidência.
- a) $x^3y^2 + x^3 - 8x^3$
 b) $6a + 9$
 c) $2k^5 + 5k^4 + 3k^2$
23. Fatore os polinômios a seguir usando o agrupamento.
- a) $4b + 4c + bz + cz$
 b) $6x + 6y - ax - ay$
 c) $7a - 7b - ax + bx$
 d) $y^3 + y^2 + 18y + 18$
24. Determine o valor da seguinte expressão:
 $(12345)^2 - (12344)^2$
25. Sendo $x = 43210$ e $y = 43209$, determine o valor de $\frac{x^2 - y^2}{x + y}$.
26. Seja E o resultado da operação $375^2 - 374^2$. Determine a soma dos algarismos de E .
27. Utilizando os conhecimentos de produtos notáveis, determine o valor de cada produto.
- a) $91 \cdot 89$
 b) $25 \cdot 15$
 c) $102 \cdot 98$
 d) $205 \cdot 195$
 e) $44 \cdot 36$
28. Escreva os seguintes trinômios na forma fatorada.
- a) $49x^2 + 2x + \frac{1}{49}$
 b) $25z^2 - 20z + 16$
 c) $9a^{12} + 60a^6b^2 + 100b^4$
29. Fatore os seguintes polinômios.
- a) $\frac{x^6 - y^6}{x^3 + y^3}$
 b) $\frac{3ab - 6b}{ab - 2b}$
 c) $a^3 + 8$
 d) $x^3 - 1$

Para
**Viver
Juntos**

8

Matemática

ENSINO FUNDAMENTAL 8º ano

Resolução comentada



Samuel Casali



Polinômios

1.

x	x ²	x ² + x ²	x ⁴	2x ²
1	1	2	1	2
4	16	32	256	32
10	100	200	10 000	200
22	4	8	16	8

- a) Falsa. Os resultados da terceira coluna são diferentes dos da quarta coluna.
 b) Verdadeira. Os resultados da terceira coluna são iguais aos da quinta coluna.

2.

- a) $-4x^3y$
 b) $2x^3y$ e $-4x^3y$
 c) xy^3
 d) $8x^2y$
 e) $\frac{x^2y^2}{6}$

3.

- a) $3p^3 + 17p^3 - 9p^3 = 11p^3$
 b) $7x^2y^2 + x^3y - 6x^3y + x^2y^2 = 8x^2y^2 - 5x^3y$
 c) $7x^2 - 8x + 3 - 5x^2 + x + 3 = 2x^2 - 7x + 6$
 d) $\frac{a^2}{3} + \frac{5b}{2} - 3a^2 + \frac{a^2}{2} - \frac{b}{4} = \frac{2a^2 - 18a^2 + 3a^2}{6} + \frac{10b - b}{4} = -\frac{13a^2}{6} - \frac{9b}{4}$
 e) $\frac{y}{3} + 2y - \frac{5y}{6} + \frac{y}{2} = \frac{2y + 12y - 5y + 3y}{6} = \frac{12y}{6} = 2y$

4.

- a) $(20 - x)m$
 b) $2 \cdot (20 - x) + 2y = 40 - 2x + 2y$
 Assim, o polinômio que representa o perímetro do lote de Marcela, em m, é $40 - 2x + 2y$.

5.

- a) $2p \cdot (3p + 8) = 6p^2 + 16p$
 b) $7x^2(x^2 - 3x + 2) = 7x^4 - 21x^3 + 14x^2$
 c) $-5yz^2(y - 3z^4) = -5y^2z^2 + 15yz^6$
 d) $2b^3c^2d^5 \cdot (4b^2c^3 - bc^3d + 3c^4d^2) = 8b^5c^5d^5 - 2b^4c^5d^6 + 6b^3c^6d^7$

6.

- a) $2x^3$
 b) $-5b^2$
 c) -6
 d) $7,6xy^5z^3$
 e) $\left(\frac{2ab^6}{15}\right) : \left(\frac{3}{b^5}\right) = \frac{2ab}{5}$

7.

$(18y^9 + 24y^5 - 3y^4 + 6y^3) : (3y^2) = 6y^7 + 8y^3 - y^2 + 2y$

8.

$$\begin{array}{r} 4x^4 + 2x^3 - x^2 + 1 \quad | \quad x - 2 \\ -4x^4 - 8x^3 \\ \hline 0 - 6x^3 - x^2 + 1 \\ + 6x^3 - 12x^2 \\ \hline -13x^2 + 1 \\ + 13x^2 - 26x \\ \hline -26x + 1 \end{array}$$

Assim, o quociente é $4x^3 - 6x^2 - 13x$ e o resto é $-26x + 1$.

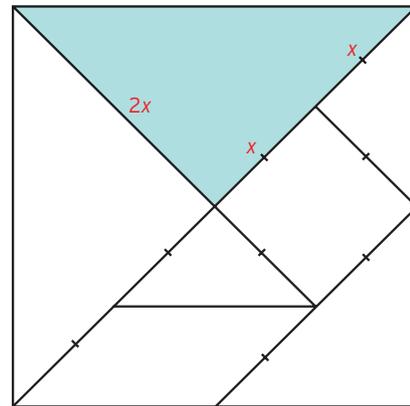
9.

O perímetro do banheiro, descontando a largura da porta, é 920 cm. Como foram utilizados 46 conjuntos e cada conjunto mede 2x cm de comprimento, temos que:
 $2x \cdot 46 = 920$ cm
 $x = 10$ cm

Portanto, o perímetro da peça triangular é 30 cm, e o perímetro da peça pentagonal é 70 cm.

10.

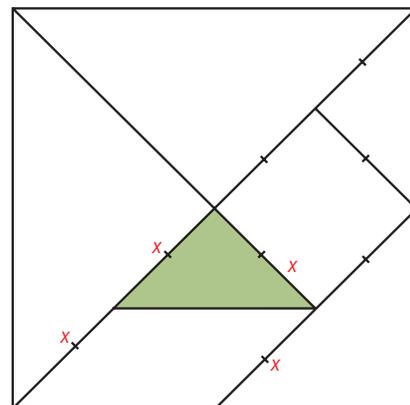
a) Como os segmentos indicados têm medidas x, o triângulo retângulo em destaque tem catetos de medidas 2x.



Aplicando o teorema de Pitágoras nesse triângulo, a medida da hipotenusa será $2x\sqrt{2}$. Como a hipotenusa desse triângulo também corresponde ao lado do quadrado, a área do quadrado será: $A = (2x\sqrt{2})^2 = 8x^2$

b)

Um dos lados do paralelogramo tem medida x e o outro tem a mesma medida que a hipotenusa do triângulo assinalado.



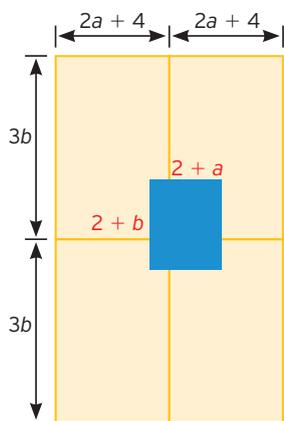
Aplicando o teorema de Pitágoras nesse triângulo, a medida da hipotenusa será $x\sqrt{2}$. Portanto, o perímetro do paralelogramo será:

$$P = x + x + x\sqrt{2} + x\sqrt{2} = 2x + 2x\sqrt{2}$$

c) Se a figura é formada com as mesmas peças dos itens anteriores, então a área será a mesma que a determinada no item a. Portanto, para $x = 2$ cm, temos:

$$A = 8 \cdot (2)^2 = 32 \text{ cm}^2$$

11. Se a altura do aquário é $4x$, a altura do líquido é $4x - 3$. Como a base é um quadrado de lado x , temos que o volume do líquido é:
 $x \cdot x \cdot (4x - 3) = 4x^3 - 3x^2$
12. De acordo com o texto, temos:



Como as dimensões da válvula são $(2 + a)$ e $(2 + b)$, a área ocupada na parede será:

$$(2 + a) \cdot (2 + b) = ab + 4 + 2a + 2b$$

A área dos quatro azulejos será:

$$(4a + 8) \cdot 6b = 24ab + 48b$$

Portanto, a área não ocupada na parede será:

$$(24ab + 48b) - (ab + 4 + 2a + 2b) = 23ab + 46b - 4 - 2a$$

Produtos notáveis

13. a) $(c + 5)^2 + (c - 5) = c^2 + 10c + 25 + c - 5 = c^2 + 11c + 20$
 b) $(2xy + 1)^2 - (x + 2y)^2 = 4x^2y^2 + 4xy + 1 - x^2 - 4xy - 4y^2 = 4x^2y^2 - x^2 - 4y^2 + 1$
 c) $\frac{(2a + 3)^2 - (3 - 2a)^2}{6a} = \frac{4a^2 + 12a + 9 - 9 + 12a - 4a^2}{6a} = \frac{24a}{6a} = 4$
 d) $(3a - b + 2c) \cdot (3a - b - 2c) = 9a^2 - 3ab - 6ac - 3ab + b^2 + 2bc + 6ac - 2bc - 4c^2 = 9a^2 - 6ab + b^2 - 4c^2$
14. $(x + 1) \cdot (x - 1) \cdot (x^2 + 1) \cdot (x^4 + 1) \cdot (x^8 + 1) = (x^2 - 1) \cdot (x^2 + 1) \cdot (x^4 + 1) \cdot (x^8 + 1) = (x^4 - 1) \cdot (x^4 + 1) \cdot (x^8 + 1) = (x^8 - 1) \cdot (x^8 + 1) = (x^{16} - 1)$

15. Área do retângulo antes de ser recortado $A_I = 200$
 Área dos quadrados recortados:

$$A_{II} = 4 \left(\frac{20 - x}{2} \right)^2 = 4 \cdot \frac{400 - 40x + x^2}{4} = 400 - 40x + x^2 = x^2 - 40x + 400$$

Assim, o polinômio que representa a área da figura é:

$$A_{III} = 200 - (x^2 - 40x + 400) = -x^2 + 40x - 200$$

16. a) $(a + 4)^3 = a^3 + 12a^2 + 48a + 64$
 b) $(5x - 3)^3 = 125x^3 - 225x^2 + 135x - 27$

17. A situação inicial do problema diz que $a = b$. Para passar da quarta para a quinta linha o aluno dividiu a expressão da quarta linha por $(a - b)$. Como $a = b$, $a - b = 0$. Portanto, a divisão por $a - b$ não é correta.

18. a) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$$

$$(8)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 2$$

$$64 - 2 = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$$62 = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

- b) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + 3x^2 \cdot \frac{1}{x} + 3x \cdot \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$

$$(8)^3 = x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}$$

$$512 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x + \frac{1}{3x}$$

$$512 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$512 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot (8)$$

$$512 - 24 = x^3 + \frac{1}{x^3}$$

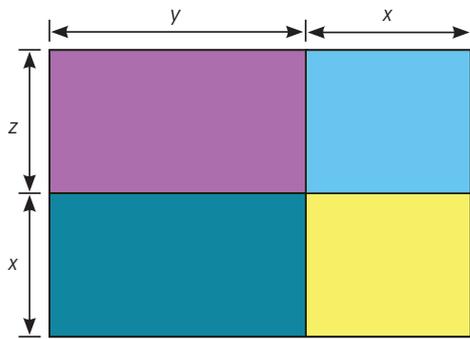
$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 488$$

19. $[(x + y)^2] - [x^2 + y^2] = 12$
 $x^2 + 2xy + y^2 - x^2 - y^2 = 12$
 $2xy = 12$
 $xy = 6$

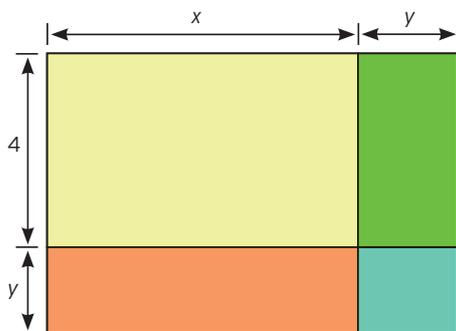
A afirmação é verdadeira para os seguintes pares de solução:

$$S = \{(1,6); (6,1); (-1,-6); (-6,-1); (2,3); (3,2); (-2,-3); (-3,-2)\}$$

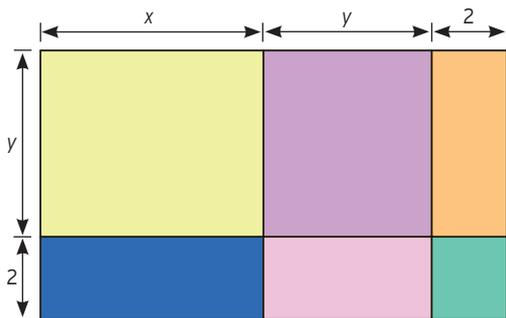
20. a) $xy + x^2 + xz + yz = (x + y) \cdot (x + z)$



b) $xy + y^2 + 4y + 4x = (x + y) \cdot (y + 4)$



c) $xy + y^2 + 4y + 2x + 4 = (x + y + 2) \cdot (y + 2)$



21. $x + y = 7$

$x \cdot y = 10$

$x^2 + y^2 = ?$

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$(7)^2 = x^2 + y^2 + 2 \cdot 10$

$49 - 20 = x^2 + y^2$

$29 = x^2 + y^2$

Fatoração

22. a) $x^3y^2 + x^3 - 8x^3 = x^3 \cdot (y^2 + 1 - 8) = x^3(y^2 - 7)$

b) $6a + 9 = 3(2a + 3)$

c) $2k^5 + 5k^4 + 3k^2 = k^2 \cdot (2k^3 + 5k^2 + 3)$

23. a) $4b + 4c + bz + cz =$

$= 4(b + c) + z(b + c) = (4 + z) \cdot (b + c)$

b) $6x + 6y - ax - ay = 6(x + y) - a(x + y) = (6 - a) \cdot (x + y)$

c) $7a - 7b - ax + bx = 7(a - b) - x(a - b) = (7 - x) \cdot (a - b)$

d) $y^3 + y^2 + 18y + 18 = y^2(y + 1) + 18(y + 1) = (y^2 + 18) \cdot (y + 1)$

24. $(12345)^2 - (12344)^2 = (12345 - 12344) \cdot (12345 + 12344) = 1 \cdot 24689 = 24689$

25. $\frac{x^2 - y^2}{x + y} = \frac{(x + y)(x - y)}{x + y} = x - y = 43210 - 43209 = 1$

26. $E = 375^2 - 374^2 = (375 - 374) \cdot (375 + 374) = 1 \cdot 749 = 749$

A soma dos algarismos de E é:

$7 + 4 + 9 = 20$

27. a) $91 \cdot 89 = (90 + 1) \cdot (90 - 1) = 90^2 - 1^2 = 8100 - 1 = 8099$

b) $25 \cdot 15 = (20 + 5) \cdot (20 - 5) = 20^2 - 5^2 = 400 - 25 = 375$

c) $102 \cdot 98 = (100 + 2) \cdot (100 - 2) = 100^2 - 2^2 = 10000 - 4 = 9996$

d) $205 \cdot 195 = (200 + 5) \cdot (200 - 5) = 200^2 - 5^2 = 40000 - 25 = 39975$

e) $44 \cdot 36 = (40 + 4) \cdot (40 - 4) = 40^2 - 4^2 = 1600 - 16 = 1584$

28. a) $49x^2 + 2x + \frac{1}{49} = \left(7x + \frac{1}{7}\right)^2$

b) $25z^2 - 20z + 16 = (5z - 4)^2 + 20z$

c) $9a^{12} + 60a^6b^2 + 100b^4 = (3a^6 + 10b^2)^2$

29. a) $\frac{x^6 - y^6}{x^3 + y^3} = \frac{(x^3 - y^3) \cdot (x^3 + y^3)}{x^3 + y^3} = x^3 - y^3$

b) $\frac{3ab - 6b}{ab - 2b} = \frac{3b(a - 2)}{b(a - 2)} = 3$

c) $a^3 + 8 = (a + 2) \cdot (a^2 - 2a + 4)$

d) $x^3 - 1 = (x - 1) \cdot (x^2 + x + 1)$